

Universidade Nova de Lisboa  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Departamento de Engenharia Electrotécnica  
Secção de Electrotecnia e Máquinas Eléctricas

*Direct Torque Control*  
em Máquinas Assíncronas

Por:

Pedro Mendes de Lacerda Peixoto de Magalhães

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia  
da Universidade Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre  
em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Orientador: Doutor João Francisco Alves Martins

Lisboa

2010



# Simbologia

## Siglas

AC	-	Corrente alternada ( <i>Alternating Current</i> )
ADC	-	Conversor Analógico-Digital ( <i>Analog to Digital Converter</i> )
CLFTC	-	<i>Closed Loop Flux and Torque Control</i>
CMOS	-	<i>Complementary Metal Oxide Semiconductor</i>
DC	-	Corrente contínua ( <i>Direct Current</i> )
DFOC	-	Controlo por Orientação de Campo Directo ( <i>Direct Field Oriented Control</i> )
DSC	-	<i>Direct Self Control</i>
DSP	-	Processador de sinais digitais ( <i>Digital Signal Processor</i> )
DTC	-	<i>Direct Torque Control</i>
DTFC	-	<i>Direct Torque and Flux Control</i>
FLC	-	<i>Feedback Linearization Control</i>
FOC	-	Controlo em Orientação de Campo ( <i>Field Oriented Control</i> )
FPU	-	Unidade de Vírgula Flutuante ( <i>Floating Point Unit</i> )
IDE	-	Ambiente de Desenvolvimento Integrado ( <i>Integrated Development Environment</i> )
IEA	-	Agência Internacional de Energia ( <i>International Energy Agency</i> )
IFOC	-	Controlo em Orientação de Campo Indirecto ( <i>Indirect Field Oriented Control</i> )
IGBT	-	Transístor Bipolar de Porta Isolada ( <i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i> )
IM	-	Máquina de Indução ou Assíncrona ( <i>Induction Machine</i> )
LVC MOS	-	<i>Low Voltage Complementary Metal Oxide Semiconductor</i>
NFO	-	<i>Natural Field Orientation</i>
PCB	-	Placa de circuito impresso ( <i>Printed Circuit Board</i> )
PI	-	Proporcional Integral
PID	-	Proporcional Integral Derivativo
PWM	-	Modulação por largura de impulso ( <i>Pulse Width Modulation</i> )
PBC	-	<i>Passivity-based Control</i>
SVM	-	Modulação Vectorial ( <i>Space Vector Modulation</i> )
VSD	-	Accionamento de velocidade variável ( <i>Variable Speed Drive</i> )
THD	-	Taxa de Distorção Harmónica ( <i>Total Harmonic Distortion</i> )

## Variáveis

- $u_s$  - valor instantâneo da tensão no estator
- $u_r$  - valor instantâneo da tensão no rotor
- $\overline{u}_{dq_s}^s$  - vector espacial de tensão no estator, referido ao estator
- $\overline{u}_{dq_r}^r$  - vector espacial de tensão no rotor, referido ao rotor
- $\overline{u}_{dq_r}^m$  - vector espacial de tensão no rotor, referido a um referencial em movimento
- $\overline{u}_{dq_r}^s$  - vector espacial de tensão no rotor, referido ao estator
- $\overline{u}_{dq_{si}}^s$  - vector espacial de força electromotriz induzida no estator, referido ao estator
- $\overline{u}_{dq_{ri}}^s$  - vector espacial de força electromotriz induzida no rotor, referido ao estator
- $u_{ds}^s$  - valor instantâneo da componente directa da tensão no estator, referida ao estator
- $u_{qs}^s$  - valor instantâneo da componente em quadratura da tensão no estator, referida ao estator
- $u_{dr}^r$  - valor instantâneo da componente directa da tensão no rotor, referida ao rotor
- $u_{qr}^r$  - valor instantâneo da componente em quadratura da tensão no rotor, referida ao rotor
- $u_{ds}^m$  - valor instantâneo da componente directa da tensão no estator,  
referida a um referencial em movimento
- $u_{qs}^m$  - valor instantâneo da componente em quadratura da tensão no estator,  
referida a um referencial em movimento
- $u_{dr}^m$  - valor instantâneo da componente directa da tensão no rotor,  
referida a um referencial em movimento
- $u_{qr}^m$  - valor instantâneo da componente em quadratura da tensão no rotor,  
referida a um referencial em movimento
- $u_{dr}^s$  - valor instantâneo da componente directa da tensão no rotor, referida ao estator
- $u_{qr}^s$  - valor instantâneo da componente em quadratura da tensão no rotor, referida ao estator



- $\overline{U}_s$  - fasor de tensão no estator
- $\overline{U}_r$  - fasor de tensão no rotor
- $\overline{U}'_r$  - fasor de tensão no rotor, reduzido ao estator
- $i_s$  - valor instantâneo da corrente numa fase do estator
- $i_r$  - valor instantâneo da corrente numa fase do rotor
- $\vec{i}_{dq_s}^s$  - vector espacial de corrente no estator, referido ao estator
- $\vec{i}_{dq_r}^r$  - vector espacial de corrente no rotor, referido ao rotor
- $\vec{i}_{dq_r}^s$  - vector espacial de corrente no rotor, referido ao estator
- $\vec{i}_{dq_s}^m$  - vector espacial de corrente no estator, referido a um referencial em movimento
- $\vec{i}_{dq_r}^m$  - vector espacial de corrente no rotor, referido a um referencial em movimento
- $i_{d_s}^s$  - valor instantâneo da componente directa da corrente no estator, referida ao estator
- $i_{q_s}^s$  - valor instantâneo da componente em quadratura da corrente no estator, referida ao estator
- $i_{d_r}^r$  - valor instantâneo da componente directa da corrente no rotor, referida ao rotor
- $i_{q_r}^r$  - valor instantâneo da componente em quadratura da corrente no rotor, referida ao rotor
- $i_{d_s}^m$  - valor instantâneo da componente directa da corrente no estator,  
referida a um referencial em movimento
- $i_{q_s}^m$  - valor instantâneo da componente em quadratura da corrente no estator,  
referida a um referencial em movimento
- $i_{d_r}^m$  - valor instantâneo da componente directa da corrente no rotor,  
referida a um referencial em movimento
- $i_{q_r}^m$  - valor instantâneo da componente em quadratura da corrente no rotor,  
referida a um referencial em movimento
- $i_{d_r}^s$  - valor instantâneo da componente directa da corrente no rotor, referida ao estator

- $i_{q_r}^s$  - valor instantâneo da componente em quadratura da corrente no rotor, referida ao estator
- $\bar{I}_s$  - fasor de corrente no estator
- $\bar{I}_r$  - fasor de corrente no rotor
- $\bar{I}_r'$  - fasor de corrente no rotor, reduzido ao estator
- $\psi_s$  - valor instantâneo do fluxo ligado com o estator
- $\psi_r$  - valor instantâneo do fluxo ligado com o rotor
- $\overline{\psi}_{dq_s}^s$  - vector espacial de fluxo ligado com o estator, referido ao estator
- $\overline{\psi}_{dq_r}^r$  - vector espacial de fluxo ligado com o rotor, referido ao rotor
- $\overline{\psi}_{dq_s}^m$  - vector espacial de fluxo ligado com o estator, referido a um referencial em movimento
- $\overline{\psi}_{dq_r}^m$  - vector espacial de fluxo ligado com o rotor, referido a um referencial em movimento
- $\overline{\psi}_{dq_r}^s$  - vector espacial de fluxo ligado com o rotor, referido ao estator
- $\psi_{d_s}^s$  - valor instantâneo da componente directa do fluxo ligado com o estator, referido ao estator
- $\psi_{q_s}^s$  - valor instantâneo da componente em quadratura do fluxo ligado com o estator, referido ao estator
- $\psi_{d_r}^r$  - valor instantâneo da componente directa do fluxo ligado com o rotor, referido ao rotor
- $\psi_{q_r}^r$  - valor instantâneo da componente em quadratura do fluxo ligado com o rotor, referido ao rotor
- $\psi_{d_s}^m$  - valor instantâneo da componente directa do fluxo ligado com o estator,  
referido a um referencial em movimento
- $\psi_{q_s}^m$  - valor instantâneo da componente em quadratura do fluxo ligado com o estator,  
referido a um referencial em movimento
- $\psi_{d_r}^m$  - valor instantâneo da componente directa do fluxo ligado com o rotor,  
referido a um referencial em movimento
- $\psi_{q_r}^m$  - valor instantâneo da componente em quadratura do fluxo ligado com o rotor,  
referido a um referencial em movimento

$\psi_{dr}^s$	-	valor instantâneo da componente directa do fluxo ligado com o rotor, referido ao estator
$\psi_{qr}^s$	-	valor instantâneo da componente em quadratura do fluxo ligado com o rotor, referido ao estator
$\overline{\Psi}_s$	-	fasor de fluxo no estator
$\overline{\Psi}_r$	-	fasor de fluxo no rotor
$R_s$	-	resistência de uma fase do estator
$R_r$	-	resistência de uma fase do rotor
$R_r'$	-	resistência de uma fase do rotor, reduzida ao estator
$L_s$	-	coeficiente de indução do estator
$L_r$	-	coeficiente de indução do rotor
$L_M$	-	coeficiente de indução mútua
$l_s$	-	coeficiente de auto-indução de uma fase do estator
$l_r$	-	coeficiente de auto-indução de uma fase do rotor
$l_{ds}$	-	coeficiente de dispersão de uma fase do estator
$l_{ps}$	-	coeficiente de indução principal de uma fase do estator
$l_{dr}$	-	coeficiente de dispersão de uma fase do rotor
$l_{dr}'$	-	coeficiente de dispersão de uma fase do rotor, reduzido ao estator
$l_{pr}$	-	coeficiente de indução principal de uma fase do rotor
$M_s$	-	coeficiente de indução mútua entre fases do estator
$M_r$	-	coeficiente de indução mútua entre fases do rotor
$M_{sr}$	-	valor máximo do coeficiente de indução mútua entre fases do estator e rotor
$M_{rs}$	-	valor máximo do coeficiente de indução mútua entre fases do rotor e estator
$\tau_s$	-	constante de tempo do estator
$\tau_r$	-	constante de tempo do rotor

- $\theta_{rs}$  - ângulo entre os vectores espaciais de fluxo ligado com o rotor e com o estator, referidos ao estator
- $T_e$  - binário electromagnético
- $T_L$  - binário de carga
- $p$  - número de pares de pólos
- $K_C$  - coeficiente de atrito estático
- $K_D$  - coeficiente de atrito viscoso
- $K_A$  - coeficiente de atrito com o ar
- $\omega_n$  - velocidade angular eléctrica nominal da corrente do estator
- $\omega_s$  - velocidade angular eléctrica da corrente do estator
- $\omega_r$  - velocidade angular eléctrica da corrente do rotor
- $\omega_m$  - velocidade angular mecânica do rotor
- $\omega_e$  - velocidade angular eléctrica do rotor, vista do estator
- $\theta_e$  - posição angular eléctrica do rotor
- $\theta_m$  - posição angular mecânica do rotor
- $k$  - relação de transformação da máquina assíncrona

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>19</b>
1.1	Descrição do tema . . . . .	19
1.2	Inserção do tema no panorama actual . . . . .	21
1.3	Estrutura da Tese . . . . .	22
<b>2</b>	<b>Fundamentos Teóricos</b>	<b>23</b>
2.1	Modelo Matemático da Máquina Assíncrona . . . . .	23
2.1.1	Modelo Matemático em Coordenadas Reais . . . . .	24
2.1.2	Transformações de Coordenadas . . . . .	25
2.1.3	Modelo Matemático em Coordenadas $dq$ . . . . .	27
2.1.3.1	Coordenadas $dq$ em notação complexa . . . . .	29
2.1.3.2	Coordenadas $dq$ em notação complexa no referencial $dq$ do estator . . . . .	30
2.1.3.3	Coordenadas $dq$ em notação complexa num referencial $dq$ a rodar em relação ao referencial $dq$ do estator . . . . .	31
2.1.4	Produção de Binário Electromagnético . . . . .	32
2.1.5	Regime Permanente . . . . .	35
2.1.5.1	Circuito Equivalente . . . . .	35
2.1.5.2	Binário electromagnético . . . . .	38
2.1.5.3	Característica Binário - Velocidade . . . . .	39
2.2	Sistemas Mecânicos . . . . .	42
2.3	Electrónica de Potência . . . . .	45
2.3.1	Travagem . . . . .	46
2.3.2	Construção do vector espacial de tensão no estator . . . . .	48
2.3.3	Técnicas de Comando . . . . .	51
2.4	Métodos de Controlo . . . . .	54
2.4.1	Controlo por variação simultânea de tensão e frequência . . . . .	54
2.4.2	Controlo em Orientação de Campo . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Direct Torque Control</b>	<b>61</b>
3.1	Controlo do Fluxo e Binário . . . . .	61
3.2	<i>Direct Torque (and Flux) Control</i> . . . . .	63
3.3	<i>Direct Self-Control</i> . . . . .	68
3.4	<i>Space Vector Direct Torque Control</i> . . . . .	70
3.5	Estado da Arte . . . . .	72
3.5.1	Funcionamento a baixa velocidade ( $\omega_s \simeq 0$ ) . . . . .	72
3.5.2	Funcionamento sem sensores (de velocidade) . . . . .	74

<b>4</b>	<b>Simulações</b>	<b>75</b>
4.1	Modelo . . . . .	75
4.1.1	Controlador de velocidade . . . . .	76
4.1.2	Módulo de arranque . . . . .	76
4.1.3	Módulo de Optimização . . . . .	76
4.2	Simulações . . . . .	79
4.3	Síntese . . . . .	115
<b>5</b>	<b>Implementação</b>	<b>117</b>
5.1	Arquitectura . . . . .	117
5.2	Hardware . . . . .	118
5.3	Software . . . . .	123
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>129</b>
<b>7</b>	<b>Anexos</b>	<b>131</b>
7.1	Demonstrações . . . . .	131
7.1.1	Modelo Matemático da Máquina Assíncrona . . . . .	131
7.1.1.1	Coordenadas $dq$ em notação complexa . . . . .	133
7.1.1.2	Coordenadas $dq$ em notação complexa referidas ao referencial do estator . . . . .	134
7.1.1.3	Coordenadas $dq$ em notação complexa referidas a um referencial $dq$ a rodar em relação ao referencial $dq$ do estator . . . . .	135
7.1.1.4	Energia Mecânica . . . . .	136
7.1.1.5	Produção de Binário Electromagnético . . . . .	137
7.2	Resultados . . . . .	138
7.2.1	Frequência de Comutação . . . . .	138
7.2.2	Erro entre referência e componente DC do binário electromagnético . . . . .	139
7.3	Determinação de Parâmetros da Máquina Assíncrona . . . . .	140
7.3.1	Relação de Transformação . . . . .	140
7.3.2	Determinação da resistência do estator . . . . .	140
7.3.3	Ensaio com rotor bloqueado . . . . .	140
7.3.4	Ensaio em vazio (mecânico) . . . . .	142
7.3.5	Momento de Inércia . . . . .	143
7.4	Sistema por unidade (p.u.) . . . . .	144
7.5	Dimensionamento do Sistema . . . . .	145
7.5.1	Ondulador . . . . .	145
7.5.2	Rectificador . . . . .	145
7.5.3	Banco de Condensadores . . . . .	145
	<b>Bibliografia</b>	<b>147</b>

# Lista de Figuras

2.1	Representação da máquina assíncrona trifásica considerada para demonstração teórica . . . .	23
2.2	Sistemas de coordenadas reais (à esquerda) e coordenadas $dq0$ (à direita) . . . . .	25
2.3	Referencial $dq$ no estator ( $d_s^s, q_s^s$ ) e referencial $dq$ do rotor ( $d_r^r, q_r^r$ ) . . . . .	27
2.4	Referencial $dq$ no estator ( $d_s^s, q_s^s$ ) e referencial $dq$ do rotor referido ao estator ( $d_r^s, q_r^s$ ) . . . . .	30
2.5	Referencial $dq$ a rodar ( $d_s^m, q_s^m$ ) em relação ao referencial $dq$ do estator ( $d_s^s, q_s^s$ ) . . . . .	31
2.6	Circuito equivalente por fase . . . . .	37
2.7	Circuito equivalente por fase, com separação de resistores . . . . .	37
2.8	Característica binário - velocidade . . . . .	39
2.9	Característica binário - velocidade, com variação da tensão $U_s$ . . . . .	40
2.10	Característica binário - velocidade, com variação da frequência angular $\omega_s$ . . . . .	40
2.11	Característica binário - velocidade, com variação de tensão e frequência tal que $\frac{U_s}{\omega_s} = const$ . . . . .	41
2.12	Característica binário - velocidade ideal . . . . .	41
2.13	Características mecânicas de cargas, em função de $k$ . . . . .	43
2.14	Características mecânicas de binário electromagnético e de carga sobrepostas . . . . .	43
2.15	Quadrantes de funcionamento de uma máquina . . . . .	44
2.16	Ondulador de tensão trifásico em ponte . . . . .	45
2.17	Topologia de alimentação de máquina assíncrona com conversores AC-DC e DC-AC . . . . .	46
2.18	Topologia preparada para travagem eléctrica . . . . .	46
2.19	Característica do controlador de histerese de tensão . . . . .	47
2.20	Diagrama de blocos do sistema de controlo de tensão . . . . .	47
2.21	Ondulador de tensão trifásico em ponte . . . . .	48
2.22	Vectores espaciais de tensão no estator no plano $dq$ . . . . .	50
2.23	Sinais de comando e tensões de saída para a técnica de <i>condução por 180°</i> . . . . .	51
2.24	Modulação Vectorial . . . . .	52
2.25	Sequência de comutação no ondulador com o algoritmo SVM . . . . .	53
2.26	Principais técnicas de controlo para VSDs que empreguem IMs (adaptado de [1]) . . . . .	54
2.27	Característica binário - velocidade, com variação de tensão e frequência tal que $\frac{U_s}{\omega_s} = const$ . . . . .	55
2.28	Função $U_s(\omega_s)$ para o método tensão/frequência, com compensação . . . . .	55
2.29	Função $U_s(\omega_s)$ aproximada, para o método tensão/frequência, com compensação . . . . .	56
2.30	Diagrama de blocos do método tensão/frequência em anel aberto . . . . .	56
2.31	Diagrama de blocos do método tensão/frequência em anel fechado . . . . .	57
2.32	Diagrama de blocos de uma implementação do DFOC . . . . .	59
2.33	Diagrama de blocos de uma implementação do IFOC . . . . .	59
3.1	Representação dos vectores espaciais de fluxos ligados do estator e rotor no plano $dq$ . . . . .	61

3.2	Varição de $\overline{\psi}_{dq_s}^s$ por alteração de $\overline{u}_{dq_s}^s$ . . . . .	62
3.3	Característica de cada controlador de histerese: a) fluxo b) binário . . . . .	64
3.4	Efeito da banda de histerese na trajectória de $\overline{\psi}_{dq_s}^s$ e frequência de comutação . . . . .	65
3.5	Diagrama básico de um controlador por DTC . . . . .	67
3.6	Diagrama de blocos da versão básica do DSC . . . . .	68
3.7	Característica dos controladores de histerese: a) tensões simples b) tensões compostas . . . . .	69
3.8	Diagrama de blocos do DSC . . . . .	69
3.9	Diagrama de blocos do DTC - SVM . . . . .	71
3.10	Evolução temporal de um integrador puro . . . . .	72
3.11	Diagrama de blocos do estimador de fluxo proposto em [2] . . . . .	73
4.1	Diagrama do modelo implementado . . . . .	75
4.2	Diagrama de blocos do controlador de velocidade . . . . .	76
4.3	Diagrama de blocos do módulo de optimização . . . . .	77
4.4	Exemplos de sequências de transições . . . . .	78
4.5	$R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	81
4.6	$R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	81
4.7	Pormenor da figura 4.5, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	82
4.8	Pormenor da figura 4.5, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	82
4.9	Regime 2, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	83
4.10	Regime 2, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	83
4.11	Regime 2, $R_\psi = 0,05$ , $R_T = 0$ . . . . .	84
4.12	Regime 2, $R_\psi = 0,05$ , $R_T = 0$ . . . . .	84
4.13	Regime 2, $R_\psi = 0,15$ , $R_T = 0$ . . . . .	85
4.14	Regime 2, $R_\psi = 0,15$ , $R_T = 0$ . . . . .	85
4.15	Regime 2, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	86
4.16	Regime 2, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	86
4.17	Regime 2, $R_\psi = 0,05$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	87
4.18	Regime 2, $R_\psi = 0,05$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	87
4.19	Regime 2, $R_\psi = 0,15$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	88
4.20	Regime 2, $R_\psi = 0,15$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	88
4.21	Regime 2, sentido inverso, $R_\psi = 0,15$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	89
4.22	Regime 2, sentido inverso, $R_\psi = 0,15$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	89
4.23	$R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	91
4.24	$R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	91
4.25	Regime 1, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,05$ . . . . .	92
4.26	Regime 1, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,05$ . . . . .	92
4.27	Regime 1, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	93
4.28	Regime 1, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	93
4.29	Regime 2, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	94
4.30	Regime 2, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	94
4.31	Regime 2, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,05$ . . . . .	95
4.32	Regime 2, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,05$ . . . . .	95
4.33	Regime 2, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	96
4.34	Regime 2, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	96
4.35	Regime 3, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	97



4.36	Pormenor da figura 4.35 . . . . .	97
4.37	Regime 4, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	98
4.38	Pormenor da figura 4.37 . . . . .	98
4.39	Regime 5, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	99
4.40	Pormenor da figura 4.39 . . . . .	99
4.41	Regime 3, com binário de carga nominal a partir dos 2 segundos, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	100
4.42	Regime 3, com binário de carga nominal a partir dos 2 segundos, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	100
4.43	Pormenor da figura 4.41 . . . . .	101
4.44	Pormenor da figura 4.42 . . . . .	101
4.45	Pormenor da figura 4.41 . . . . .	102
4.46	Regime 3, com binário de carga nominal a partir dos 2 segundos, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	102
4.47	Regime 6, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	103
4.48	Regime 6, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,05$ . . . . .	103
4.49	Regime 6, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,10$ . . . . .	104
4.50	Regime 6, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	104
4.51	Regime 6, $R'_s = R_s$ , $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	105
4.52	Regime 6, $R'_s = R_s$ , $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	105
4.53	Regime 6, $R'_s = \frac{3}{4} \cdot R_s$ , $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	106
4.54	Regime 6, $R'_s = \frac{3}{4} \cdot R_s$ , $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	106
4.55	Regime 6, $R'_s = \frac{1}{2} \cdot R_s$ , $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	107
4.56	Regime 6, $R'_s = \frac{1}{2} \cdot R_s$ , $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	107
4.57	Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 1 . . . . .	109
4.58	Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 2 . . . . .	109
4.59	Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 3 . . . . .	110
4.60	Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 4 . . . . .	110
4.61	Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 5 . . . . .	111
4.62	Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 6 . . . . .	111
4.63	Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes . . . . .	112
4.64	Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes . . . . .	112
4.65	Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes . . . . .	113
4.66	Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes . . . . .	113
4.67	Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes . . . . .	114
4.68	Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes . . . . .	114
5.1	Diagrama do VSD com os seus componentes discriminados . . . . .	117
5.2	Diagrama eléctrico da comunicação digital entre DSP e VSI . . . . .	119
5.3	Diagrama eléctrico da amostragem de sinais entre DSP e VSI . . . . .	119
5.4	Diagrama eléctrico da amostragem de sinais entre DSP e IM . . . . .	120
5.5	Diagrama geral da parte de electromecânica da implementação . . . . .	121
5.6	Fotografia da implementação prática . . . . .	121
5.7	Fotografia do sistema . . . . .	122
5.8	Fotografia da caixa utilizada para a montagem . . . . .	122
5.9	Fotografia do circuito de teste . . . . .	122
5.10	Aspecto da janela do programa de controlo da máquina . . . . .	123
5.11	Fluxograma da implementação do DTC . . . . .	124
5.12	Velocidade mecânica da máquina assíncrona, em rotações por minuto, $R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . .	125

5.13	$R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	126
5.14	$R_\psi = 0$ , $R_T = 0,05$ . . . . .	126
5.15	$R_\psi = 0$ , $R_T = 0,15$ . . . . .	126
5.16	$R_\psi = 0$ , $R_T = 0$ . . . . .	127
5.17	$R_\psi = 0,05$ , $R_T = 0$ . . . . .	127
5.18	$R_\psi = 0,15$ , $R_T = 0$ . . . . .	127
7.1	Circuito equivalente por fase, para máquina assíncrona em gaiola de esquilo . . . . .	140

# Lista de Tabelas

2.1	Tabela de verdade dos possíveis vectores espaciais de tensão no estator . . . . .	49
3.1	Impacto em $\left  \overline{\psi}_{dq_s}^s \right $ e $T_e$ resultante da aplicação dos vectores espaciais de tensão no estator . .	63
3.2	Impacto em $\left  \overline{\psi}_{dq_s}^s \right $ e $T_e$ resultante da aplicação dos vectores espaciais de tensão no estator . .	63
3.3	Matriz de estados do inversor [3] . . . . .	66
4.1	Número total de comutações entre estados do ondulator . . . . .	77
4.2	Número máximo de comutações em cada transição . . . . .	78
4.3	Parâmetros da simulação . . . . .	80
7.1	Parâmetros da máquina utilizada (#1) . . . . .	132
7.2	Parâmetros da máquina #2 . . . . .	132
7.3	Parâmetros da máquina #3 . . . . .	132
7.4	Frequências de comutação, em kHz . . . . .	138
7.5	Erro verificado entre referência e componente DC do binário electromagnético . . . . .	139



# Sumário

Este trabalho incide sobre o DTC (*Direct Torque Control*), técnica de controlo de máquinas eléctricas (polifásicas) de corrente alternada, em particular a máquina assíncrona, e o seu objectivo é construir bases para trabalho futuro nesta área, nomeadamente através da análise crítica dos componentes elementares da técnica e seu desempenho. A realização deste trabalho prevê o estudo teórico do método de controlo e avaliação das suas características a partir de simulação e implementação prática.



# Abstract

This document concerns the control technique of alternating current, multi-phase machines, namely induction machines, called DTC (*Direct Torque Control*). Its objective is to develop foundations for future work in this area, by providing a critical analysis of the core principles of this technique and its performance. Such critical analysis is to be obtained by studying the theoretical aspects of the technique and evaluating them through simulation and physical implementation.





# Capítulo 1

## Introdução

Neste capítulo é apresentado e descrito o tema, as suas qualidades e a sua história. Em seguida, é explicada a relevância do tema no contexto actual e portanto, a motivação por detrás deste estudo.

### 1.1 Descrição do tema

O método de controlo para accionamentos de velocidade variável (VSD, *Variable Speed Drive*) conhecido por *Direct Torque (and Flux) Control* (DTC) foi introduzido em 1984 pela dupla Takahashi e Noguchi [4, 5], um ano antes do método *Direct Self Control* (DSC), por sua vez introduzido por Depenbrock [6, 7].

O DTC começou por ser desenvolvido para a máquina assíncrona (sendo posteriormente adaptado para a máquina síncrona) e trata-se de um método de controlo de binário e fluxo. O controlo diz-se *directo* porque as variáveis de controlo são binário e fluxo e não variáveis de controlo indirectas, como tensão, corrente ou frequência. O estudo presente incide sobre o DTC e sua aplicação em máquinas assíncronas.

O princípio de funcionamento do DTC baseia-se no facto de ser possível afectar o binário electromagnético através da relação entre os vectores espaciais de fluxo ligado com o estator e com o rotor, e de ser possível alterar esta a partir do vector espacial de tensão no estator. A relação que existe entre as três grandezas não é trivial, e assim na implementação clássica (entenda-se, original) do DTC, os seus autores recorreram a anéis de fluxo e binário cujos erros são utilizados em controladores de histerese de dois e três níveis, respectivamente, de modo a gerar sinais que caracterizem a situação particular do fluxo e binário face aos seus valores de referência. Os estados do ondulator que para cada situação permitem reduzir os erros mais eficazmente, são previamente compilados numa tabela (*lookup table*), e utilizados caso essa situação se verifique.

O DSC pode ser visto como um caso particular do DTC, embora não tenha sido apresentado como tal, e tem a particularidade de apresentar uma boa resposta dinâmica sem que isso se traduza numa frequência de comutação elevada, o que o torna ideal para máquinas de elevada potência.

Os princípios de funcionamento do DTC e DSC são descritos em (maior) detalhe no Capítulo 3.

O DTC é designado por Bose como “controlo escalar avançado” [3]. Esta designação é correcta, na medida em que apenas as amplitudes das variáveis de controlo são controladas, mas isso não quer dizer que a orientação dessas variáveis no plano  $dq$  seja ignorada ou irrelevante, pelo contrário. O DTC (clássico) controla a amplitude do binário electromagnético e o vector espacial de fluxo ligado com o estator, mas requer a cada instante (ou período de amostragem) o conhecimento da orientação ou fase do vector espacial de fluxo ligado com o estator, ou mais propriamente, a fracção do plano  $dq$  em que se encontra.

O DTC, à semelhança do controlo em orientação de campo (FOC, *Field Oriented Control*), parte da análise do modelo matemático da máquina assíncrona, em concreto, a parte respeitante à produção de

binário electromagnético. O modelo matemático em causa contempla o regime dinâmico (ou transitório) e consequentemente o regime permanente (ou estacionário), que não é mais do que um caso particular do primeiro. A utilização deste modelo permite alcançar melhores resultados do que métodos escalares que se baseiam em modelos que apenas contemplam o regime permanente da máquina assíncrona.

A performance do DTC foi inicialmente avaliada pelos seus autores como “superior em todos os aspectos” à performance do FOC [5]. No entanto, as avaliações mais recentes indicam que a performance destes métodos é equivalente [3, 8], embora estas avaliações nem sempre sejam consensuais, pois existem vantagens e desvantagens características de cada método. Não obstante, o DTC clássico permite a melhor resposta dinâmica (de binário) fisicamente possível [9, 10], logo é preferível para aplicações de elevada exigência dinâmica, apesar de revelar maior conteúdo harmónico na corrente e binário [8]. Em seguida, enumeram-se as vantagens e desvantagens do DTC e FOC.

Vantagens do DTC clássico:

- Simplicidade e robustez da implementação (ausência de modulador por PWM e reguladores de corrente);
- Dispensa transformações de coordenadas relativas a referenciais em movimento;
- Excelente desempenho dinâmico;
- Controlo desacoplado de binário e fluxo;
- Estabilidade face a incertezas na modelação (saturação, temperatura ou efeito pelicular);
- Controlo intrinsecamente sem sensores (de velocidade ou posição).

Desvantagens do DTC clássico:

- Frequência de comutação variável;
- Sensibilidade em relação ao valor da resistência do estator (em particular nas baixas velocidades);
- Corrente e binário com conteúdo harmónico elevado e imprevisível;
- Desempenho dependente da frequência de amostragem (implementação digital).

Vantagens do FOC tradicional:

- Controlo desacoplado de binário e fluxo;
- Excelente desempenho dinâmico;
- Tecnologia fiável e madura;
- Corrente e binário com baixo conteúdo harmónico.

Desvantagens do FOC tradicional:

- Utilização de transformações de coordenadas;
- Utilização de controladores PI;
- Requer sensores de posição ou velocidade para se obter controlo de fluxo e binário;
- Utilização de reguladores de corrente;
- Sensibilidade aos parâmetros do rotor.

Desde a sua introdução, o DTC tem sido alvo de melhoramentos cujo objectivo é, ou minimizar as suas desvantagens ou reforçar as suas qualidades ou introduzir novas funcionalidades. Entre estes melhoramentos encontram-se o auto-comissionamento (*self-commissioning*), funcionamento sem sensores (*sensorless*), funcionamento em regime de enfraquecimento de campo, operação a frequência de comutação constante, melhor estimação de grandezas por modelação mais detalhada e introdução de inteligência artificial na estimação de variáveis e controlo da máquina.

No entanto, devido às elevadas frequências de comutação normalmente associadas ao funcionamento do DTC, a sua utilização é limitada a aplicações de baixa ou média potência. Logo, em aplicações de elevada potência é preferível a utilização do DSC, pelas razões já referidas.

Em resumo, o DTC apresenta-se com desempenhos superiores ao DSC e métodos escalares mas ao mesmo nível do FOC, embora com potencial para se destacar.

## 1.2 Inserção do tema no panorama actual

Os avanços tecnológicos verificados no século XIX e XX permitiram a alguns países do mundo atingir níveis de conforto e qualidade de vida até então nunca vistos. No entanto, este aumento do conforto e qualidade de vida traduziu-se, em geral, num aumento do consumo de energia destes países, em grande parte, proveniente de combustíveis fósseis. Esta energia era e é, em parte, distribuída sob a forma de energia eléctrica, o que terá contribuído para o desenvolvimento das redes eléctricas de transporte e distribuição.

O estilo de vida atingido com estes padrões de consumo tornou-se atraente para os restantes países, aumentando a procura dos combustíveis fósseis, o que de certa forma revelou problemas no modelo seguido. Assim, o aumento generalizado do consumo de energia, a reduzida expressão de fontes de energia renováveis, os diversos problemas associados à utilização de combustíveis fósseis como fonte de energia (poluição, instabilidade do preço dos combustíveis fósseis e sua eventual escassez, conflitos geopolíticos) e o alegado consenso científico sobre o papel dos níveis atmosféricos de dióxido de carbono nas alterações climáticas vieram impulsionar a adopção de medidas, por parte de vários países, com o objectivo de promover fontes de energia sustentáveis e/ou não poluentes, assim como a utilização eficaz da energia.

Nesse sentido foi criada a Agência Internacional de Energia (IEA, *International Energy Agency*), uma agência intergovernamental cujo objectivo é “reduzir a dependência em importações de petróleo através do desenvolvimento aplicado às fontes alternativas de energia e ao aumento da eficiência energética” [11]. Entre as suas medidas, foi criado o 4E (*IEA Implementing Agreement for a Co-operating Programme on Efficient Electrical End-Use Equipment*), um acordo de cooperação entre países que prevê a criação de grupos de investigação que se dedicam a determinados tópicos considerados importantes para o aumento da eficiência energética de equipamentos eléctricos. Os tópicos investigados incluem, entre outros, o funcionamento em *stand-by* dos equipamentos e os sistemas de accionamento (accionamentos de velocidade fixa e variável, i.e. motores). Em relação aos sistemas de accionamento, surgem as seguintes preocupações:

- Dimensionamento adequado de acordo com a função a desempenhar;
- Obtenção de rendimento máximo no sistema mecânico e térmico;
- Utilização de motores de elevado rendimento, a temperaturas inferiores e com maior estabilidade durante maiores períodos de tempo;
- Adaptação do desempenho do motor à carga existente através de VSDs.

O reconhecimento pelo 4E da necessidade de adaptar o desempenho dos motores à sua carga é de considerável importância. Em 2007, de acordo com a IEA, a indústria foi responsável por 42,2% do consumo total de

electricidade do mundo [12]. Por outro lado, os sistemas de accionamento, particularmente na indústria mas não só, são responsáveis por 40% do consumo global de electricidade [13, 14]. Considerando que uma apreciável percentagem destes sistemas são constituídos por máquinas não controladas ou sobre-dimensionadas, o simples controlo destas máquinas, de forma a ajustar o desempenho à carga, traduzir-se-à numa redução considerável de consumos e custos a longo prazo.

Entre os diversos VSDs, os que empregam máquinas assíncronas têm ganho uma expressão cada vez maior em detrimento dos que empregam máquinas DC, devido às características da máquina assíncrona - robustez, construção simples, baixa manutenção e capacidade de funcionar em ambientes adversos. No entanto, o controlo de máquinas assíncronas é bastante mais complexo e só com o desenvolvimento da electrónica de potência e mais recentemente com a redução dos custos dos processadores de sinais digitais, se tornou economicamente viável.

O estudo dos métodos de controlo também se justifica pela necessidade de garantir determinados patamares de qualidade, variáveis consoante a aplicação e limitados pela máquina e método de controlo utilizados. Em relação aos VSDs, é importante garantir precisão e exactidão no controlo de velocidade e binário, assim como o menor tempo de resposta possível no controlo de binário.

Neste contexto, e considerando a penetração das máquinas assíncronas mercado dos sistemas de accionamento, torna-se relevante estudar, desenvolver e melhorar os métodos de controlo de máquinas assíncronas, de forma a remover alguns dos obstáculos que impedem a aceitação generalizada no mercado dos mais recentes avanços na área. Entre estes métodos encontram-se os métodos escalares como o método tensão/frequência e os métodos mais avançados FOC, DSC e DTC.

### 1.3 Estrutura da Tese

No capítulo 1 faz-se uma introdução ao tema, referindo a sua história, a conjuntura actual e portanto, a motivação por detrás deste estudo.

No capítulo 2 analisam-se alguns dos aspectos mais importantes dos accionamentos de velocidade variável, nomeadamente o modelo matemático da máquina assíncrona, as transformações de coordenadas, a produção de binário electromagnético, a modelação de sistemas mecânicos, as topologias dos conversores electrónicos de potência e alguns métodos de controlo da máquina assíncrona.

No capítulo 3 explica-se o princípio de funcionamento do DTC, descrevem-se os métodos que se baseiam neste princípio, e resumem-se algumas das tendências na investigação relacionada com o DTC.

No capítulo 4 descrevem-se algumas particularidades do modelo implementado para simulação, enunciam-se as condições sob as quais são feitas as simulações e fazem-se alguns comentários aos resultados obtidos.

No capítulo 5 descreve-se o que foi feito no sentido de obter uma implementação prática do DTC, nomeadamente a concepção do sistema e a sua montagem.

No capítulo 6 faz-se uma apreciação do trabalho feito, e enunciam-se as suas principais conclusões. Finalmente, referem-se tópicos para estudo posterior.

O capítulo 7 inclui algumas demonstrações detalhadas, tabelas de resultados, procedimentos para determinação de parâmetros e dimensionamento do sistema.

## Capítulo 2

# Fundamentos Teóricos

Neste capítulo explicam-se os fundamentos teóricos necessários para compreender o funcionamento do DTC, ou seja, o modelo matemático da máquina assíncrona, incluindo as transformações de coordenadas, o circuito equivalente da máquina e a produção de binário electromagnético. Adicionalmente, tecem-se algumas considerações em relação aos aspectos práticos dos VSDs, nomeadamente os sistemas mecânicos e a electrónica de potência, e referem-se alguns dos métodos de controlo da máquina assíncrona.

### 2.1 Modelo Matemático da Máquina Assíncrona

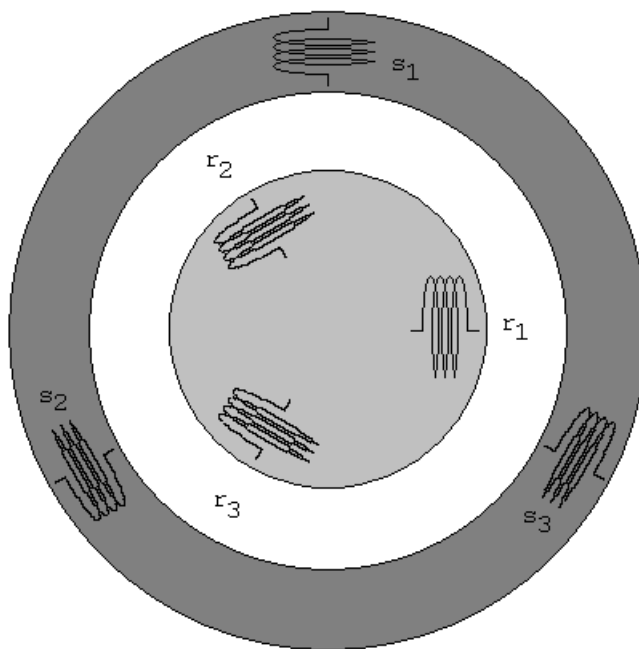


Figura 2.1: Representação da máquina assíncrona trifásica considerada para demonstração teórica

Considere-se para efeitos de demonstração teórica, uma máquina assíncrona de simetria cilíndrica, com um par de pólos por fase - ver figura 2.1, possuindo um conjunto trifásico de enrolamentos tanto no estator como no rotor, cuja distribuição esteja feita de modo a permitir tensões e correntes sinusoidais nas fases. Admite-se a linearidade dos circuitos magnéticos.

### 2.1.1 Modelo Matemático em Coordenadas Reais

O modelo matemático a considerar para o presente estudo deve ter em consideração não apenas o regime permanente, mas também deve contemplar o regime transitório existente quando a máquina faz parte de um sistema que envolve retroacção [3], como é o caso dos accionamentos de velocidade variável (*variable speed drives* ou *adjustable speed drives*).

A modelação completa da dinâmica de uma máquina assíncrona trifásica assume uma complexidade tal, que impede um tratamento simples e intuitivo, e sua implementação nos processadores de sinais digitais (DSP) que são utilizados nos accionamentos de velocidade variável mais avançados. Para evitar este problema, são feitas algumas simplificações e assume-se a linearidade do circuito magnético, a simetria do sistema polifásico, a radialidade do fluxo no entreferro, uma permeabilidade do ferro infinita, um entreferro constante e uma distribuição perfeitamente sinusoidal dos enrolamentos no estator e rotor. Apesar destas simplificações, a dinâmica da máquina ainda apresenta algumas dificuldades de modelação, que só serão ultrapassadas com a introdução das transformações de coordenadas.

A máquina pode ser entendida como um transformador (trifásico) cujo secundário se encontra em movimento face ao primário, dando origem a coeficientes de indução mútua entre fases do rotor e estator que variam com a posição angular (eléctrica) do rotor,  $\theta$ .

As equações que definem o comportamento electromagnético da máquina são os sistemas de equações de tensão e fluxos ligados do estator e rotor, (2.1) e (2.2), respectivamente. Estas equações traduzem grandezas físicas, que podem, com maior ou menor facilidade, ser medidas. Diz-se, portanto, que se tratam de equações num sistema de coordenadas reais.

$$\begin{cases} [u_s] = R_s \cdot [i_s] + \frac{\partial}{\partial t} [\psi_s] \\ [u_r] = R_r \cdot [i_r] + \frac{\partial}{\partial t} [\psi_r] \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} [\psi_s] = [L_s] \cdot [i_s] + [L_{sr}] \cdot [i_r] \\ [\psi_r] = [L_r] \cdot [i_r] + [L_{rs}] \cdot [i_s] \end{cases} \quad (2.2)$$

Sendo as matrizes dadas por:

$$[x] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad x \in \{u_s, i_s, \psi_s, u_r, i_r, \psi_r\}$$

$$[L_x] = \begin{bmatrix} l_x & -M_x & -M_x \\ -M_x & l_x & -M_x \\ -M_x & -M_x & l_x \end{bmatrix}, \quad x \in \{s, r\}$$

$$[L_{sr}] = [L_{rs}]^T = \begin{bmatrix} M_{sr} \cdot \cos(\theta) & M_{sr} \cdot \cos(\theta + \gamma) & M_{sr} \cdot \cos(\theta - \gamma) \\ M_{sr} \cdot \cos(\theta - \gamma) & M_{sr} \cdot \cos(\theta) & M_{sr} \cdot \cos(\theta + \gamma) \\ M_{sr} \cdot \cos(\theta + \gamma) & M_{sr} \cdot \cos(\theta - \gamma) & M_{sr} \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad \gamma = \frac{2 \cdot \pi}{3}$$

### 2.1.2 Transformações de Coordenadas

No estudo de sistemas eléctricos trifásicos, a utilização de transformações de coordenadas permite exprimir variáveis num mesmo referencial, simplificar o tratamento e análise de grandezas que variem no tempo, ou simplesmente obter o desacoplamento magnético entre fases. No presente documento, será abordada a transformação  $dq^1$  e a alteração de referencial  $dq$ .

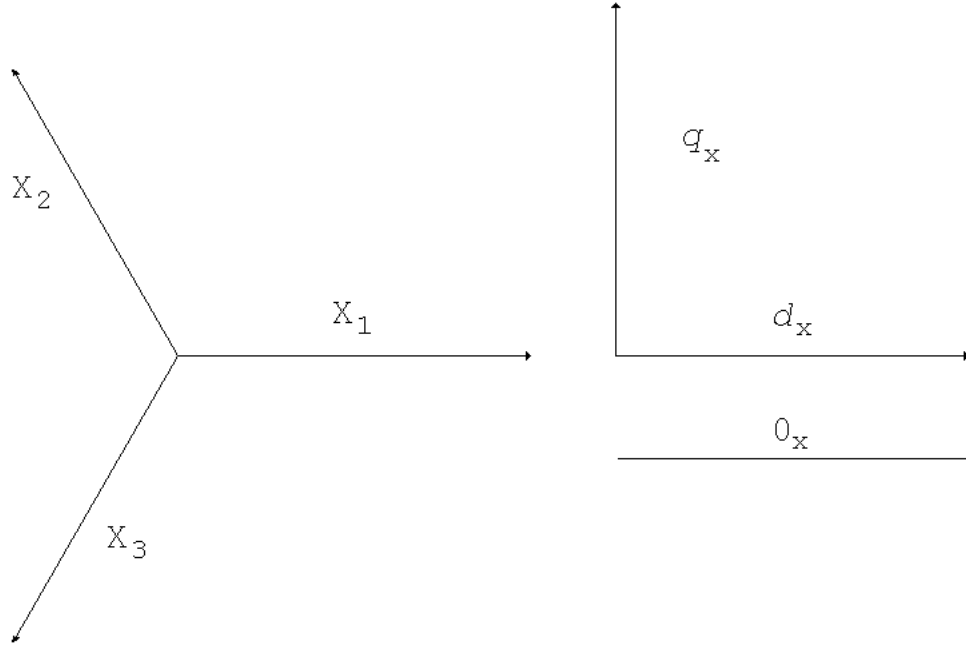


Figura 2.2: Sistemas de coordenadas reais (à esquerda) e coordenadas  $dq0$  (à direita)

A transformação  $dq$  permite transformar sistemas de equações de variáveis reais em sistemas de equações cujas variáveis são referidas a um sistema de coordenadas distinto,  $dq0$ , sem significado físico, permitindo tratar essas mesmas variáveis com maior facilidade, já que deixam de dizer respeito a determinadas fases, obtendo-se portanto o desacoplamento magnético entre fases - ver figura 2.2. A transformação é feita, através da multiplicação das matrizes de corrente e tensão do sistema por uma matriz  $[C]$  ou a sua inversa,  $[C]^{-1}$ , de acordo com (2.3) e (2.4). É importante salientar que a transformação é reversível, ou seja, é possível passar de coordenadas  $dq0$  para coordenadas reais.

$$[i] = [C] \cdot [i_{dq0}] \quad , \quad [i] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad , \quad [i_{dq0}] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$[u_{dq0}] = [C]^{-1} \cdot [u] \quad , \quad [u] = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad , \quad [u_{dq0}] = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

<sup>1</sup>Na literatura é comum encontrar nomes diferentes para transformações idênticas, como as transformações  $\alpha\beta 0$ ,  $dq0$ , Concordia, Clarke ou Park. Na verdade, estas transformações representam casos particulares da mesma transformação, consoante o factor multiplicativo ou a defasagem dos referenciais alvo de cada transformação. As transformações  $\alpha\beta 0$ , Concordia e Clarke transformam coordenadas reais em coordenadas  $dq$  descritas num referencial  $dq$  estático, enquanto as transformações de Park ou  $dq0$  transformam coordenadas reais em coordenadas  $dq$  descritas num referencial  $dq$  em movimento. Neste documento, estas transformações serão designadas genericamente como transformações  $dq$ .

$$[C] = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$[C]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Em relação às matrizes, é conveniente reparar que  $[C]^{-1} = [C]^T$ , e que a escolha do factor  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  não é aleatória, pois permite manter a potência do sistema após a transformação, como se pode ver em (2.7). Por outro lado, se o factor igualasse 1 em (2.5) e  $\frac{2}{3}$  em (2.6), a amplitude das variáveis transformadas seria correspondente à amplitude das respectivas variáveis reais.

$$P_{eléctrica} = [u]^T [i] = ([C][u_{dq0}])^T ([C][i_{dq0}]) = [u_{dq0}]^T [C]^T [C][i_{dq0}] = [u_{dq0}]^T [i_{dq0}] \quad (2.7)$$

De modo a tornar a dedução anterior mais clara, é importante lembrar a seguinte propriedade das matrizes transpostas:

$$(AB)^T = B^T A^T \quad (2.8)$$

Se o sistema trifásico em causa não possuir neutro, a componente homopolar pode ser ignorada (uma vez que a corrente  $i_0$  e o fluxo ligado  $\psi_0$  são nulos), e assim, torna-se prático tratar as grandezas como variáveis complexas, decompondo as matrizes e considerando a componente  $d$  (directa) como real e a componente  $q$  (em quadratura) como imaginária - ver (2.9). A estas variáveis complexas dá-se o nome de vectores espaciais (do inglês, *space vector*):

$$\bar{y}_{dq_x} = y_{d_x} + j \cdot y_{q_x}, \quad x \in \{r, s\}, \quad y \in \{u, i, \psi\} \quad (2.9)$$

É conveniente referir que alguns autores (e.g., Ong em [15]) e determinados programas de simulação (e.g., MATLAB/SIMULINK) utilizam uma convenção diferente (que não será seguida neste documento):

$$(\bar{y}_{dq_x})_{Matlab} = y_{q_x} - j \cdot y_{d_x}, \quad x \in \{r, s\}, \quad y \in \{u, i, \psi\} \quad (2.10)$$

Ao aplicar esta transformação, os vectores espaciais ficam orientados segundo o referencial  $dq$  a que dizem respeito, como o referencial  $dq$  do estator ou o referencial  $dq$  do rotor, que se encontram fixos a estes. Admitindo que existe movimento no rotor, torna-se importante (como se verá posteriormente) referir os vectores espaciais do rotor no referencial  $dq$  do estator (entre outros), que para o estudo presente se considera estático, através de alterações do referencial  $dq$ .



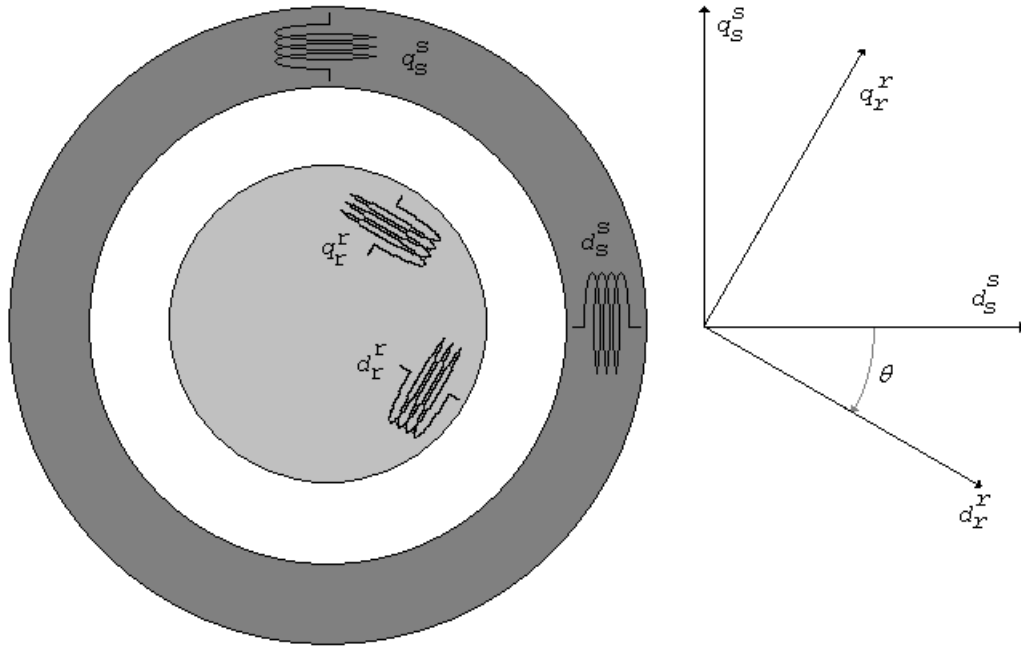
2.1.3 Modelo Matemático em Coordenadas  $dq$ 

Figura 2.3: Referencial  $dq$  no estator ( $d_s^s, q_s^s$ ) e referencial  $dq$  do rotor ( $d_r^r, q_r^r$ )

As equações da máquina assíncrona em coordenadas reais podem ser convertidas para o sistema de coordenadas  $dq$  através da transformação  $dq$ , ou seja, através das equações (2.3) e (2.4). Ao aplicar a transformação, as grandezas<sup>2</sup> do estator ficam descritas no referencial  $dq$  do estator e as grandezas do rotor ficam descritas no referencial  $dq$  do rotor - ver figura 2.3. Logo, tem-se:

$$\begin{cases} [u_{dq0}]_s = R_s \cdot [C]^{-1} \cdot [C] \cdot [i_{dq0}]_s + \frac{\partial}{\partial t} \left( [C]^{-1} \cdot [L_s] \cdot [C] \cdot [i_{dq0}]_s + [C]^{-1} \cdot [L_{sr}] \cdot [C] \cdot [i_{dq0}]_r \right) \\ [u_{dq0}]_r = R_r \cdot [C]^{-1} \cdot [C] \cdot [i_{dq0}]_r + \frac{\partial}{\partial t} \left( [C]^{-1} \cdot [L_r] \cdot [C] \cdot [i_{dq0}]_r + [C]^{-1} \cdot [L_{rs}] \cdot [C] \cdot [i_{dq0}]_s \right) \end{cases}$$

De modo a simplificar o sistema anterior, definem-se as matrizes  $[L_{dq0}]_s$ ,  $[L_{dq0}]_r$  e  $[L_{dq0}]_{sr}$ :

$$\begin{cases} [u_{dq0}]_s = R_s \cdot [i_{dq0}]_s + \frac{\partial}{\partial t} ([\psi_{dq0}]_s) \\ [u_{dq0}]_r = R_r \cdot [i_{dq0}]_r + \frac{\partial}{\partial t} ([\psi_{dq0}]_r) \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\begin{cases} [\psi_{dq0}]_s = [L_{dq0}]_s \cdot [i_{dq0}]_s + [L_{dq0}]_{sr} \cdot [i_{dq0}]_r \\ [\psi_{dq0}]_r = [L_{dq0}]_r \cdot [i_{dq0}]_r + [L_{dq0}]_{rs} \cdot [i_{dq0}]_s \end{cases} \quad (2.12)$$

<sup>2</sup>A componente directa de cada grandeza está alinhada com a primeira fase da respectiva grandeza real.

Onde:

$$[L_{dq0}]_s = [C]^{-1} \cdot [L_s] \cdot [C] = \begin{bmatrix} l_s + M_s & 0 & 0 \\ 0 & l_s + M_s & 0 \\ 0 & 0 & l_s + 2 \cdot M_s \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$[L_{dq0}]_r = [C]^{-1} \cdot [L_r] \cdot [C] = \begin{bmatrix} l_r + M_r & 0 & 0 \\ 0 & l_r + M_r & 0 \\ 0 & 0 & l_r + 2 \cdot M_r \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$[L_{dq0}]_{sr} = [L_{dq0}]_{rs}^{-1} = [C]^{-1} \cdot [L_{sr}] \cdot [C] = \frac{3}{2} \cdot M_{sr} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Por comodidade, define-se:

$$\begin{cases} L_M = \frac{3}{2} \cdot M_{sr} \\ L_s = l_s + M_s \\ L_r = l_r + M_r \end{cases} \quad (2.16)$$

É conveniente lembrar que o coeficiente de auto-indução de uma fase,  $l_x$ , é igual à soma do coeficiente de indução principal,  $l_{px}$ , e o coeficiente de dispersão,  $l_{dx}$ :

$$l_x = l_{px} + l_{dx}, \quad x \in \{r, s\} \quad (2.17)$$

Se existir uma distribuição sinusoidal dos enrolamentos, o coeficiente de indução mútua entre fases,  $M_x$ , é dado por:

$$M_x = l_{px} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{l_{px}}{2}, \quad x \in \{r, s\} \quad (2.18)$$

Logo, o sistema (2.16) pode ser simplificado, obtendo-se:

$$\begin{cases} L_M = \frac{3}{2} \cdot M_{sr} \\ L_s = l_{ds} + L_M \\ L_r = l_{dr} + L_M \end{cases} \quad (2.19)$$

2.1.3.1 Coordenadas  $dq$  em notação complexa

Ignorando a componente homopolar (uma vez que a corrente  $i_0$  e o fluxo ligado  $\psi_0$  são nulos), os sistemas (2.11) e (2.12) podem ser vistos como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} u_{d_s}^s \\ u_{q_s}^s \end{bmatrix} = R_s \cdot \begin{bmatrix} i_{d_s}^s \\ i_{q_s}^s \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \psi_{d_s}^s \\ \psi_{q_s}^s \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} u_{d_r}^r \\ u_{q_r}^r \end{bmatrix} = R_r \cdot \begin{bmatrix} i_{d_r}^r \\ i_{q_r}^r \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \psi_{d_r}^r \\ \psi_{q_r}^r \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \psi_{d_s}^s \\ \psi_{q_s}^s \end{bmatrix} = [L_{dq}] \cdot \begin{bmatrix} i_{d_s}^s \\ i_{q_s}^s \end{bmatrix} + L_M \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{d_r}^r \\ i_{q_r}^r \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \psi_{d_r}^r \\ \psi_{q_r}^r \end{bmatrix} = [L_{dq}] \cdot \begin{bmatrix} i_{d_r}^r \\ i_{q_r}^r \end{bmatrix} + L_M \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{d_s}^s \\ i_{q_s}^s \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Decompondo (2.20) e (2.21), tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{d_s}^s = R_s \cdot i_{d_s}^s + \frac{\partial}{\partial t} (\psi_{d_s}^s) \\ u_{q_s}^s = R_s \cdot i_{q_s}^s + \frac{\partial}{\partial t} (\psi_{q_s}^s) \\ u_{d_r}^r = R_r \cdot i_{d_r}^r + \frac{\partial}{\partial t} (\psi_{d_r}^r) \\ u_{q_r}^r = R_r \cdot i_{q_r}^r + \frac{\partial}{\partial t} (\psi_{q_r}^r) \end{array} \right. \quad (2.22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{d_s}^s = L_s \cdot i_{d_s}^s + L_M \cdot (i_{d_r}^r \cdot \cos \theta - i_{q_r}^r \cdot \sin \theta) \\ \psi_{q_s}^s = L_s \cdot i_{q_s}^s + L_M \cdot (i_{d_r}^r \cdot \sin \theta + i_{q_r}^r \cdot \cos \theta) \\ \psi_{d_r}^r = L_r \cdot i_{d_r}^r + L_M \cdot (i_{d_s}^s \cdot \cos \theta + i_{q_s}^s \cdot \sin \theta) \\ \psi_{q_r}^r = L_r \cdot i_{q_r}^r + L_M \cdot (-i_{d_s}^s \cdot \sin \theta + i_{q_s}^s \cdot \cos \theta) \end{array} \right. \quad (2.23)$$

Os vectores espaciais podem ser obtidos a partir de (2.22) e (2.23) seguindo (2.9). Após algumas simplificações (em anexo), obtém-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_{dq_s}^s = R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\psi}_{dq_s}^s) \\ \bar{u}_{dq_r}^r = R_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^r + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\psi}_{dq_r}^r) \end{array} \right. \quad (2.24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\psi}_{dq_s}^s = L_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s + L_M \cdot e^{j\theta} \cdot \bar{i}_{dq_r}^r \\ \bar{\psi}_{dq_r}^r = L_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^r + L_M \cdot e^{-j\theta} \cdot \bar{i}_{dq_s}^s \end{array} \right. \quad (2.25)$$

### 2.1.3.2 Coordenadas $dq$ em notação complexa no referencial $dq$ do estator

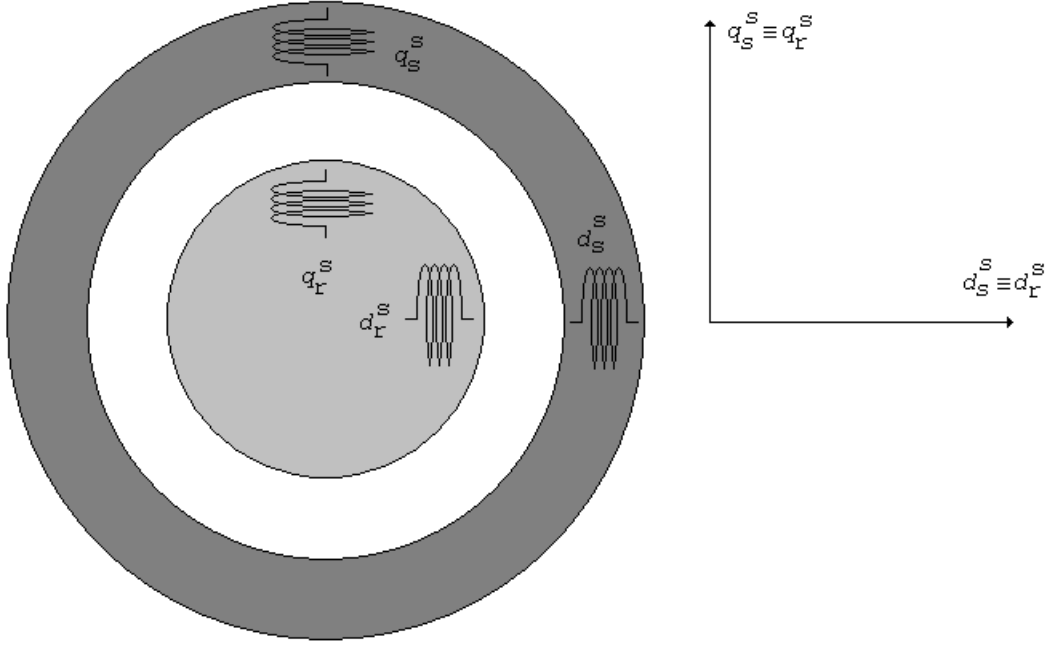


Figura 2.4: Referencial  $dq$  no estator ( $d_s^s, q_s^s$ ) e referencial  $dq$  do rotor referido ao estator ( $d_r^s, q_r^s$ )

Os vectores espaciais obtidos anteriormente estão referidos ao referencial  $dq$  do estator (e.g.,  $\bar{i}_{dq_s}^s$ ) e  $dq$  do rotor (e.g.,  $\bar{i}_{dq_r}^r$ ). Contudo, é possível escrever os vectores espaciais referidos apenas a um referencial  $dq$ . Neste caso, interessa referir todos os vectores espaciais anteriores a um referencial estático, o referencial  $dq$  do estator - ver figura 2.4, o que implica alterar os vectores espaciais referidos ao rotor,  $\bar{y}_{dq_r}^r$ . Essa transformação é dada por (2.26).

$$\bar{y}_{dq_r}^r = e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{y}_{dq_r}^s \quad (2.26)$$

Logo, aplicando a transformação anterior, obtêm-se os seguintes sistemas (demonstração em anexo):

$$\begin{cases} \bar{u}_{dq_s}^s = R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_s}^s \right) \\ \bar{u}_{dq_r}^s = R_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^s + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_r}^s \right) - j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \omega_e \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\begin{cases} \bar{\psi}_{dq_s}^s = L_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s + L_M \cdot \bar{i}_{dq_r}^s \\ \bar{\psi}_{dq_r}^s = L_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^s + L_M \cdot \bar{i}_{dq_s}^s \end{cases} \quad (2.28)$$

De acordo com (2.25), seria necessário conhecer a posição angular do rotor em cada instante, para se poder determinar os vectores espaciais de fluxo ligado com o estator e com o rotor. Ao trocar o referencial das variáveis relativas ao rotor, consegue-se evitar esta situação, como se verifica em (2.28).

### 2.1.3.3 Coordenadas $dq$ em notação complexa num referencial $dq$ a rodar em relação ao referencial $dq$ do estator

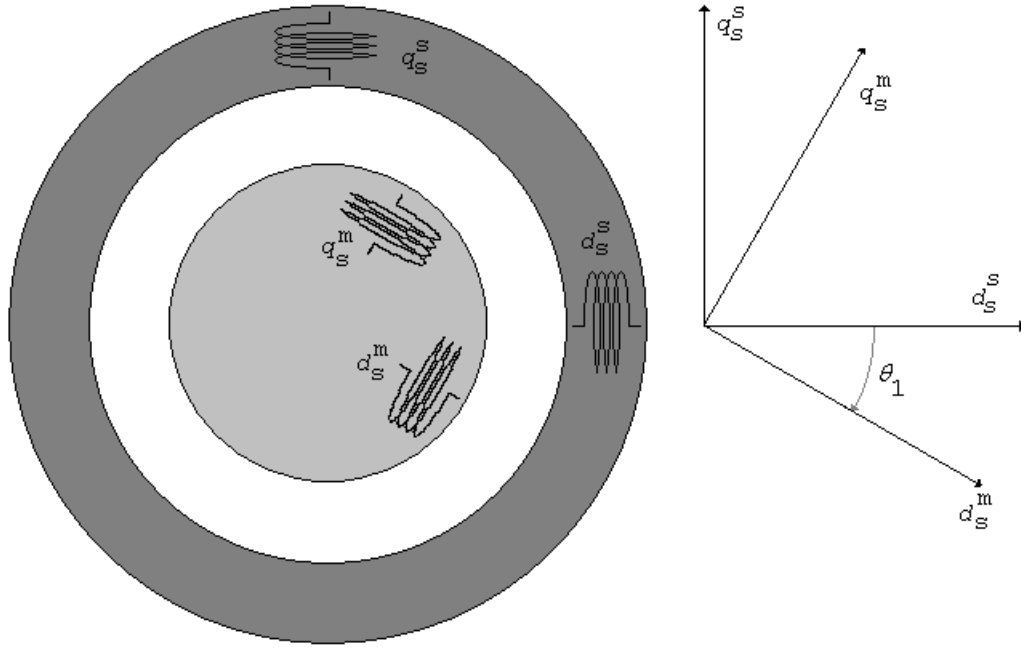


Figura 2.5: Referencial  $dq$  a rodar  $(d_s^m, q_s^m)$  em relação ao referencial  $dq$  do estator  $(d_s^s, q_s^s)$

De forma a referir os vectores espaciais a um referencial  $dq$  a rodar  $\theta_1$  em relação ao referencial  $dq$  do estator, como se pode observar na figura 2.5, utiliza-se a transformação (2.29) e consequentemente (2.30).

$$\bar{x}_{dq_y}^s = e^{-j \cdot \theta_1} \cdot \bar{x}_{dq_y}^m \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \bar{x}_{dq_y}^m}{\partial t} = \frac{\partial \bar{x}_{dq_y}^s}{\partial t} \cdot e^{-j \cdot \theta_1} - j \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \cdot \bar{x}_{dq_y}^m \quad (2.30)$$

Assim, procedendo a algumas simplificações (em anexo), tem-se:

$$\bar{u}_{dq_s}^m = R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^m + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\psi}_{dq_s}^m) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_s}^m \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \quad (2.31)$$

$$\bar{u}_{dq_r}^m = R_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^m + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\psi}_{dq_r}^m) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\theta_1 - \theta) \quad (2.32)$$

$$\bar{\psi}_{dq_s}^m = L_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^m + L_M \cdot \bar{i}_{dq_r}^m \quad (2.33)$$

$$\bar{\psi}_{dq_r}^m = L_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^m + L_M \cdot \bar{i}_{dq_s}^m \quad (2.34)$$

Esta mudança de referencial permite referir as variáveis a um qualquer referencial em movimento, em particular aqueles que estejam alinhados com variáveis em movimento no plano  $dq$ .

### 2.1.4 Produção de Binário Electromagnético

A principal característica de um motor eléctrico é a sua capacidade de produzir binário electromagnético. Logo, é importante perceber a origem do binário electromagnético, e quais as grandezas que o afectam. O binário electromagnético pode ser determinado através de considerações energéticas, que será a abordagem seguida neste documento.

$$P_{mecânica} = \frac{\partial W_{mecânica}}{\partial t} = T_e \cdot \omega_m \quad (2.35)$$

A potência mecânica de saída do motor - (2.35) - é igual ao produto entre velocidade angular do rotor e binário electromagnético, e também pode ser vista como a taxa de variação da energia mecânica.

$$W_{eléctrica} = W_{perdas} + W_{campo} + W_{mecânica} \quad (2.36)$$

A energia eléctrica fornecida ao motor é parcialmente convertida em energia mecânica, sendo a restante energia convertida para energia magnética e armazenada no campo magnético ou simplesmente convertida em energia não útil (perdas). De forma a conseguir quantificar a energia mecânica produzida, torna-se necessário calcular as restantes energias, e para tal serão considerados os infinitésimos das respectivas energias:

$$\partial W_{mecânica} = \partial W_{eléctrica} - \partial W_{perdas} - \partial W_{campo} \quad (2.37)$$

A energia eléctrica fornecida a uma máquina polifásica duplamente alimentada, pode ser entendida como a energia fornecida ao estator e ao rotor da máquina:

$$\partial W_{eléctrica} = \frac{3}{2} Re \left\{ \bar{u}_{dq_s}^s \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* + \bar{u}_{dq_r}^s \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \partial t \quad (2.38)$$

A energia armazenada no campo magnético é obtida através das forças electromotrizes induzidas por variação do fluxo ligado com o estator e rotor:

$$\partial W_{campo} = \frac{3}{2} Re \left\{ \bar{u}_{dq_{si}}^s \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* + \bar{u}_{dq_{ri}}^s \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \partial t \quad (2.39)$$

$$\begin{cases} \bar{u}_{dq_{si}}^s = \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\psi}_{dq_s}^s) \\ \bar{u}_{dq_{ri}}^s = \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\psi}_{dq_r}^s) \end{cases} \quad (2.40)$$

Ou seja:

$$\partial W_{campo} = \frac{3}{2} Re \left\{ \frac{\partial \bar{\psi}_{dq_s}^s}{\partial t} \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* + \frac{\partial \bar{\psi}_{dq_r}^s}{\partial t} \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \partial t \quad (2.41)$$

Assim, a energia magnética armazenada é dada por:

$$W_{campo} = \frac{3}{2} Re \left\{ \bar{\psi}_{dq_s}^s \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* + \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \quad (2.42)$$

A energia não útil inclui as perdas por efeito de Joule nos enrolamentos do estator e rotor da máquina, as perdas por histerese e correntes de Foucault no material magnético, perdas por atrito entre partes móveis e os rolamentos ou mesmo o ar e ainda perdas dieléctricas nos campos eléctricos [16]. A quantificação de todas estas parcelas é problemática, logo, para efeitos de demonstração, apenas se consideram as perdas nos enrolamentos do estator e rotor:

$$\partial W_{perdas} = \frac{3}{2} \left( R_s \cdot |\bar{i}_{dq_s}^s|^2 + R_r \cdot |\bar{i}_{dq_r}^s|^2 \right) \partial t \quad (2.43)$$

Considerando (2.37) é possível, separar a energia mecânica em parcelas correspondentes ao estator e rotor, (2.45) e (2.46), respectivamente.

$$\partial W_{mecânica} = (\partial W_{mecânica})_{estator} + (\partial W_{mecânica})_{rotor} \quad (2.44)$$

Logo, obtém-se:

$$(\partial W_{mecânica})_{estator} = \frac{3}{2} \left[ Re \left\{ \bar{u}_{dq_s}^s \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* \right\} - R_s \cdot |\bar{i}_{dq_s}^s|^2 - Re \left\{ \frac{\partial \bar{\psi}_{dq_s}^s}{\partial t} \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* \right\} \right] \partial t \quad (2.45)$$

$$(\partial W_{mecânica})_{rotor} = \frac{3}{2} \left[ Re \left\{ \bar{u}_{dq_r}^s \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} - R_r \cdot |\bar{i}_{dq_r}^s|^2 - Re \left\{ \frac{\partial \bar{\psi}_{dq_r}^s}{\partial t} \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \right] \partial t \quad (2.46)$$

Assim, substituindo os vectores espaciais de tensão no estator e rotor das expressões anteriores pelos respectivos vectores espaciais do sistema (2.27), chega-se à conclusão que a energia mecânica no estator - (2.45) - é igual a zero e que a energia mecânica no rotor - (2.46) - é igual à parte real do produto do conjugado da corrente do rotor,  $(\bar{i}_{dq_r}^s)^*$ , pela força electromotriz de rotação,  $-j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \omega_e$ :

$$(\partial W_{mecânica})_{rotor} = \frac{3}{2} Re \left\{ -j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \cdot \omega_e \right\} \partial t \quad (2.47)$$

A partir de (2.35), reescreve-se a potência mecânica:

$$P_{mecânica} = \frac{\partial W_{mecânica}}{\partial t} = \frac{3}{2} \cdot \omega_e \cdot Re \left\{ -j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \quad (2.48)$$

Logo, o binário electromagnético é dado por:

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot Re \left\{ -j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \quad (2.49)$$

Sendo  $\bar{x}$  um número complexo dado por  $\bar{x} = x \cdot e^{j \cdot \theta_x} = a + j \cdot b$ , e  $\bar{y}$  um número complexo dado por  $\bar{y} = y \cdot e^{j \cdot \theta_y} = c + j \cdot d$ , pode-se demonstrar que:

$$Re \{ j \cdot \bar{x} \cdot (\bar{y})^* \} = ad - bc = \frac{\bar{x} \times \bar{y}}{\vec{n}} \quad (2.50)$$

Ignorando o versor do binário, reescreve-se (2.49) como:

$$T_e = -\frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_r}^s \times \bar{i}_{dq_r}^s \right) \quad (2.51)$$

Através de (2.28), é possível reescrever (2.51) em função de  $\bar{\psi}_{dq_s}^s$  e  $\bar{\psi}_{dq_r}^s$ :

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_M}{L_s \cdot L_r - L_M^2} \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_r}^s \times \bar{\psi}_{dq_s}^s \right) \quad (2.52)$$

É possível também escrever (2.52) em função do ângulo entre os dois vectores espaciais de fluxo ligado,  $\theta_{rs}$ :

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_M}{L_s \cdot L_r - L_M^2} \cdot \left| \bar{\psi}_{dq_r}^s \right| \cdot \left| \bar{\psi}_{dq_s}^s \right| \cdot \sin(\theta_{rs}) \quad (2.53)$$

No entanto, é conveniente (como se verá posteriormente), escrever o binário em função de variáveis do estator (demonstração em anexo):

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_s}^s \times \bar{i}_{dq_s}^s \right) \quad (2.54)$$

O binário electromagnético, noutros referenciais  $dq$ , é dado por:

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_s}^s \times \bar{i}_{dq_s}^s \right) \\ &= \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_s}^r \times \bar{i}_{dq_s}^r \right) \\ &= \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_s}^m \times \bar{i}_{dq_s}^m \right) \end{aligned} \quad (2.55)$$



### 2.1.5 Regime Permanente

A partir de (2.27) e (2.28) é possível conceber um circuito equivalente que reúna as características de funcionamento da máquina assíncrona. O circuito equivalente é normalmente utilizado como uma ferramenta para um estudo intuitivo da máquina em regime permanente.

#### 2.1.5.1 Circuito Equivalente

$$[u] = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \cdot U_s \cdot \cos(\omega_s \cdot t) \\ \sqrt{2} \cdot U_s \cdot \cos(\omega_s \cdot t - \frac{2\pi}{3}) \\ \sqrt{2} \cdot U_s \cdot \cos(\omega_s \cdot t - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Admitindo um sistema trifásico de tensões sinusoidais,  $[u]$ , obtém-se, aplicando a transformação  $dq$  (secção 2.1.2) e a mudança de referencial (2.26), o vector espacial de tensão no estator referido ao estator  $\bar{u}_{dq_s}^s = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot e^{j\omega_s \cdot t}$ . Este vector espacial, à semelhança de todos os outros vectores espaciais, será utilizado como fasor nesta secção, de acordo com as seguintes relações:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_{dq_s}^s = \bar{U}_s \cdot e^{j\omega_s \cdot t} \\ \bar{u}_{dq_r}^s = \bar{U}_r \cdot e^{j\omega_s \cdot t} \\ \bar{i}_{dq_s}^s = \bar{I}_s \cdot e^{j\omega_s \cdot t} \\ \bar{i}_{dq_r}^s = \bar{I}_r \cdot e^{j\omega_s \cdot t} \\ \bar{\psi}_{dq_s}^s = \bar{\Psi}_s \cdot e^{j\omega_s \cdot t} = (L_s \cdot \bar{I}_s + L_M \cdot \bar{I}_r) \cdot e^{j\omega_s \cdot t} \\ \bar{\psi}_{dq_r}^s = \bar{\Psi}_r \cdot e^{j\omega_s \cdot t} = (L_r \cdot \bar{I}_r + L_M \cdot \bar{I}_s) \cdot e^{j\omega_s \cdot t} \end{array} \right. \quad (2.56)$$

Admitindo que a frequência angular no estator,  $\omega_s$ , é constante (regime permanente), reescreve-se (2.27):

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{U}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s \cdot \bar{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot L_M \cdot \bar{I}_r \\ \bar{U}_r = R_r \cdot \bar{I}_r + j \cdot (\omega_s - \omega_e) \cdot L_r \cdot \bar{I}_r + j \cdot (\omega_s - \omega_e) \cdot L_M \cdot \bar{I}_s \end{array} \right. \quad (2.57)$$

Sendo os coeficientes de indução dados por:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_s = l_{ds} + L_M \\ L_r = l_{dr} + L_M \end{array} \right.$$

O sistema obtido é:

$$\begin{cases} \bar{U}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot l_{ds} \cdot \bar{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot L_M \cdot (\bar{I}_s + \bar{I}_r) \\ \bar{U}_r = R_r \cdot \bar{I}_r + j \cdot (\omega_s - \omega_e) \cdot l_{dr} \cdot \bar{I}_r + j \cdot (\omega_s - \omega_e) \cdot L_M \cdot (\bar{I}_s + \bar{I}_r) \end{cases} \quad (2.58)$$

O escorregamento (*slip*) define-se como sendo a diferença de velocidade entre o campo magnético do rotor e o campo magnético (girante) do entreferro [17]. Analiticamente, traduz-se, por unidade, como o quociente entre a velocidade angular eléctrica das variáveis do rotor,  $\omega_r$ , e a velocidade angular eléctrica das variáveis no estator,  $\omega_s$ , como se pode ver em (2.59), onde  $\omega_e$  corresponde à velocidade angular eléctrica do rotor, ou seja, a velocidade angular eléctrica do rotor em relação ao estator:

$$s = \frac{\omega_r}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_e}{\omega_s} \quad (2.59)$$

Dividindo a equação do rotor pelo escorregamento,  $s$ :

$$\begin{cases} \bar{U}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot l_{ds} \cdot \bar{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot L_M \cdot (\bar{I}_s + \bar{I}_r) \\ \frac{\bar{U}_r}{s} = \frac{R_r}{s} \cdot \bar{I}_r + j \cdot \omega_s \cdot l_{dr} \cdot \bar{I}_r + j \cdot \omega_s \cdot L_M \cdot (\bar{I}_s + \bar{I}_r) \end{cases} \quad (2.60)$$

Considerando que os módulos dos vectores espaciais representam valores eficazes, é possível associar o sistema anterior a um circuito equivalente por fase. O circuito é semelhante ao circuito equivalente de Steinmetz para transformadores, e como tal, as grandezas precisam de ser reduzidas ao estator (primário), através da relação de espiras  $k$ .

$$\begin{cases} k = \frac{N_s}{N_r} \\ \bar{U}'_r = \frac{1}{k} \cdot \bar{U}_r \\ \bar{I}'_{dr} = k \cdot \bar{I}_{dr} \\ l'_{dr} = k^2 \cdot l_{dr} \\ R'_r = k^2 \cdot R_r \end{cases}$$

No entanto, de modo a simplificar o tratamento, admite-se  $k = 1$ . Logo, tem-se:

$$\begin{cases} \bar{U}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot l_{ds} \cdot \bar{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot L_M \cdot (\bar{I}_s + \bar{I}'_r) \\ \frac{\bar{U}'_r}{s} = \frac{R'_r}{s} \cdot \bar{I}'_r + j \cdot \omega_s \cdot l'_{dr} \cdot \bar{I}'_r + j \cdot \omega_s \cdot L_M \cdot (\bar{I}_s + \bar{I}'_r) \end{cases} \quad (2.61)$$

O sistema anterior pode ser representado por um circuito em T - ver figura 2.6. É costume acrescentar um resistor  $R_M$  em paralelo com a indutância  $L_M$ , de forma a contemplar as perdas por histerese e correntes de Foucault no modelo, que como referido anteriormente, não foram consideradas no estudo. Neste circuito, é fácil perceber que parte da energia fornecida ao estator não é transmitida para o rotor, sendo armazenada no ramo central ou dissipada neste e no estator.

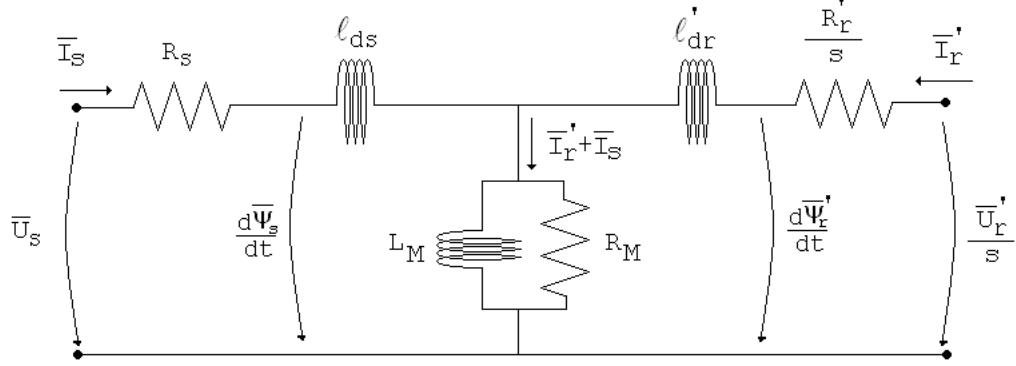


Figura 2.6: Circuito equivalente por fase

$$\frac{R'_r}{s} = R'_r \cdot \left( \frac{1-s}{s} \right) + R'_r \quad (2.62)$$

Assumindo que o rotor se encontra em curto circuito (gaiola de esquilo), parte da energia fornecida ao rotor é dissipada nos seus enrolamentos e a restante convertida em energia mecânica. De forma a tornar esta distribuição de energia mais clara no circuito, é costume separar o resistor fictício total,  $\frac{R'_r}{s}$ , em dois elementos resistivos de acordo com (2.62), sendo um elemento representativo dos enrolamentos,  $R'_r$ , e outro elemento que dissipe uma energia eléctrica igual à energia mecânica convertida,  $R'_r \cdot \left( \frac{1-s}{s} \right)$ . O sistema obtido pode ser visto em (2.63) e o circuito na figura 2.7.

$$\begin{cases} \bar{U}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot l_{ds} \cdot \bar{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot L_M \cdot (\bar{I}_s + \bar{I}'_r) \\ \bar{U}'_r = R'_r \cdot \left( \frac{1-s}{s} \right) \cdot \bar{I}'_r + R'_r \cdot \bar{I}'_r + j \cdot \omega_s \cdot l'_{dr} \cdot \bar{I}'_r + j \cdot \omega_s \cdot L_M \cdot (\bar{I}_s + \bar{I}'_r) \end{cases} \quad (2.63)$$

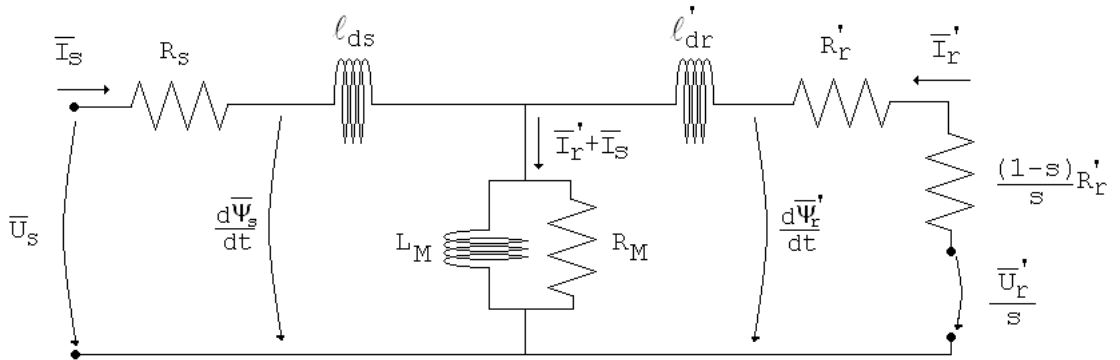


Figura 2.7: Circuito equivalente por fase, com separação de resistores

### 2.1.5.2 Binário electromagnético

A energia dissipada no resistor fictício  $R'_r \cdot \left(\frac{1-s}{s}\right)$  é a energia que é convertida em energia mecânica numa das fases. A potência mecânica resultante, para as três fases, é dada por:

$$P_{mecânica} = 3 \cdot R'_r \cdot \left(\frac{1-s}{s}\right) \cdot \left(\bar{I}'_r\right)^2 \quad (2.64)$$

Logo, o binário é dado por:

$$T_e = \frac{P_{mecânica}}{\omega_m} = \frac{3 \cdot R'_r}{\omega_m} \cdot \frac{1-s}{s} \cdot \left(\bar{I}'_r\right)^2 \quad (2.65)$$

A equação anterior pode ser simplificada, introduzindo a distinção entre velocidade angular eléctrica,  $\omega_e$ , e a velocidade angular mecânica,  $\omega_m$ , que até este ponto tem sido ocultada:

$$\omega_m = \frac{\omega_e}{p} \quad (2.66)$$

Logo, obtém-se:

$$T_e = \frac{3 \cdot p \cdot R'_r}{\omega_e} \cdot \frac{1-s}{s} \cdot \left(\bar{I}'_r\right)^2 = \frac{3 \cdot p \cdot R'_r}{s \cdot \omega_s} \cdot \left(\bar{I}'_r\right)^2 \quad (2.67)$$

Analisando o circuito equivalente é possível extrair relações entre as variáveis de alimentação do estator:

$$\frac{\bar{U}_s}{\bar{I}_s} = R_s + j \cdot \omega_s \cdot l_{ds} + \frac{-\omega_s^2 \cdot l'_{dr} \cdot L_M + j \cdot \omega_s \cdot L_M \cdot \frac{R'_r}{s}}{\frac{R'_r}{s} + j \cdot \omega_s \cdot (l'_{dr} + L_M)} \quad (2.68)$$

$$-\bar{I}'_r = \frac{j \cdot \omega_s \cdot L_M}{\frac{R'_r}{s} + j \cdot \omega_s \cdot (l'_{dr} + L_M)} \cdot \bar{I}_s \quad (2.69)$$

Substituindo os módulos das relações (2.68) e (2.69) em (2.67), obtém-se o binário em função dos parâmetros do circuito equivalente e das grandezas de alimentação do estator:

$$T_e = \frac{3 \cdot p \cdot R'_r \cdot (|\bar{U}_s|)^2 \cdot \omega_s \cdot L_M^2 \cdot Z_1^2}{s \left[ \left( R_s \cdot Z_1^2 + \omega_s^2 \cdot L_M^2 \cdot \frac{R'_r}{s} \right)^2 + \left( \omega_s \cdot l_{ds} \cdot Z_1^2 + \omega_s \cdot L_M \left[ \omega_s^2 \cdot L_r \cdot l'_{dr} + \left( \frac{R'_r}{s} \right)^2 \right] \right)^2 \right]} \quad (2.70)$$

onde

$$Z_1 = \sqrt{(\omega_s \cdot (l'_{dr} + L_M))^2 + \left(\frac{R'_r}{s}\right)^2}$$

## 2.1.5.3 Característica Binário - Velocidade

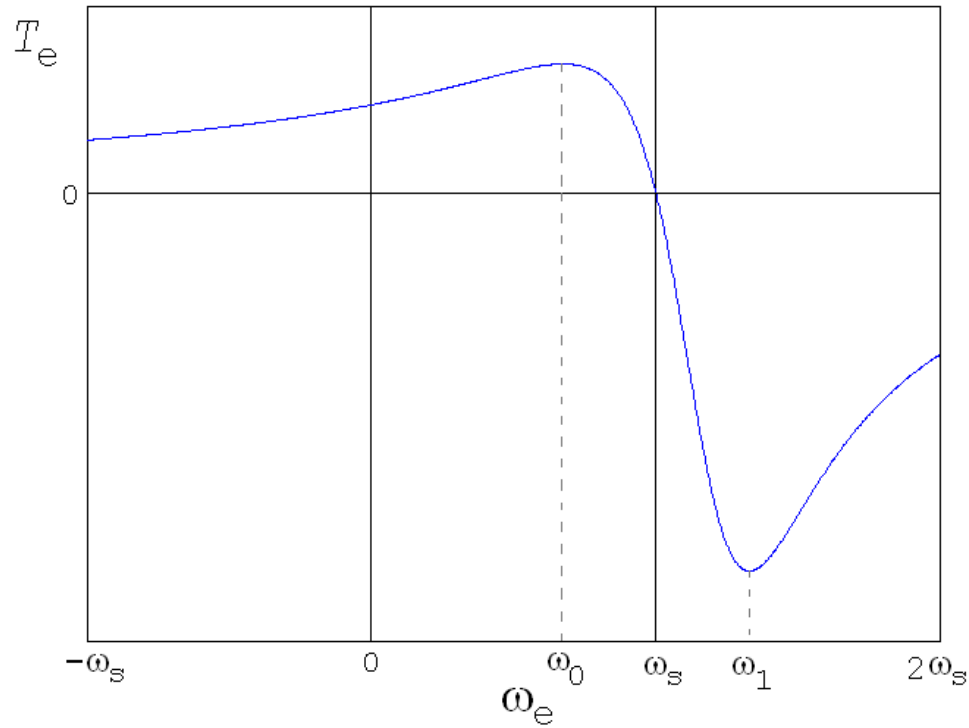


Figura 2.8: Característica binário - velocidade

A máquina assíncrona pode ser utilizada em três regiões de funcionamento distintas consoante a velocidade angular (eléctrica) do rotor em relação ao estator - ver figura 2.8. As regiões são diferenciadas a partir da característica binário - velocidade,  $T_e(\omega_e)$ , que se obteve em (2.70), pois esta permite distinguir diferentes regimes de funcionamento:

- Motor - A máquina assíncrona funciona como motor em velocidades sub-síncronas positivas, ou seja, entre o ponto de velocidade zero (arranque) e o ponto de velocidade síncrona,  $\omega_s$ ;
- Gerador - A máquina assíncrona funciona como gerador em velocidades supra-síncronas positivas, ou seja, para velocidades acima da velocidade síncrona,  $\omega_s$ ;
- Travão - A máquina assíncrona pode também ser utilizada como travão (apesar de não ser comum ou recomendável), invertendo a direcção do campo girante.

Na figura 2.8 são evidentes três situações:

- Binário de arranque não nulo -  $T_e(0) \neq 0$
- Binário nulo em sincronismo -  $T_e(\omega_s) = 0$
- Binário motor máximo é inferior ao binário gerador máximo, em módulo -  $|T_e(\omega_1)| > |T_e(\omega_0)|$

Se a alimentação da máquina for feita através do estator, variando tensão e/ou frequência, é possível alterar a característica binário - velocidade. As figuras 2.9 e 2.10 mostram, respectivamente, exemplos de variação de tensão e frequência no estator, em relação aos seus valores nominais,  $U_n$  e  $\omega_n$ , onde as características com contorno mais grosso representam características cujo parâmetro em causa é mais elevado. Por outro lado, a

variação simultânea de tensão e frequência de modo a que o quociente entre estas grandezas seja constante revela uma característica curiosa e útil na figura 2.11.

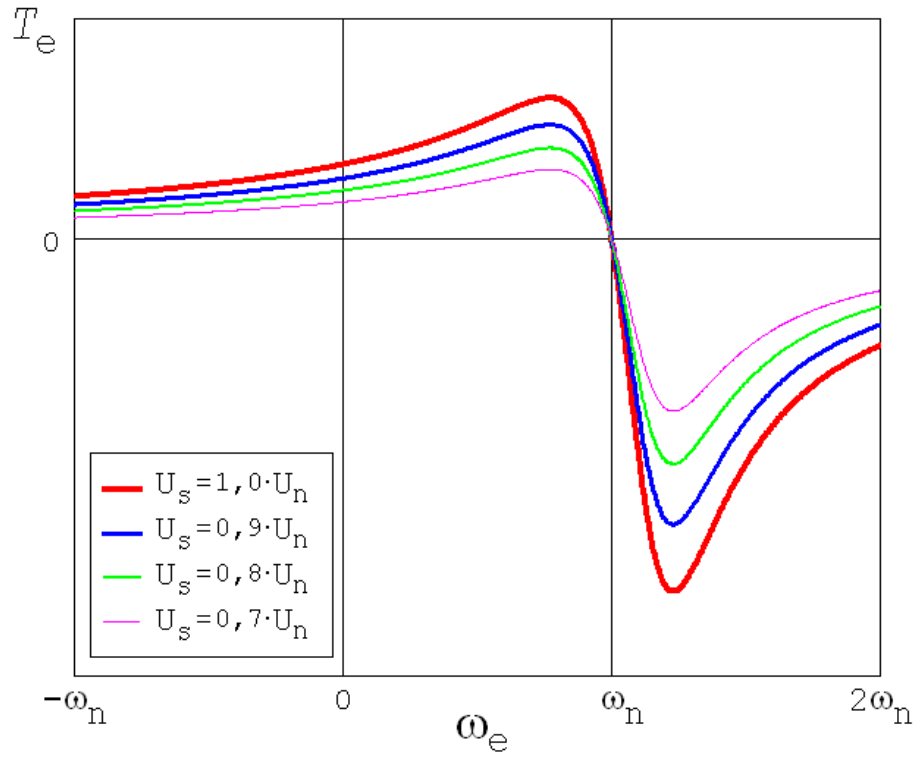


Figura 2.9: Característica binário - velocidade, com variação da tensão  $U_s$

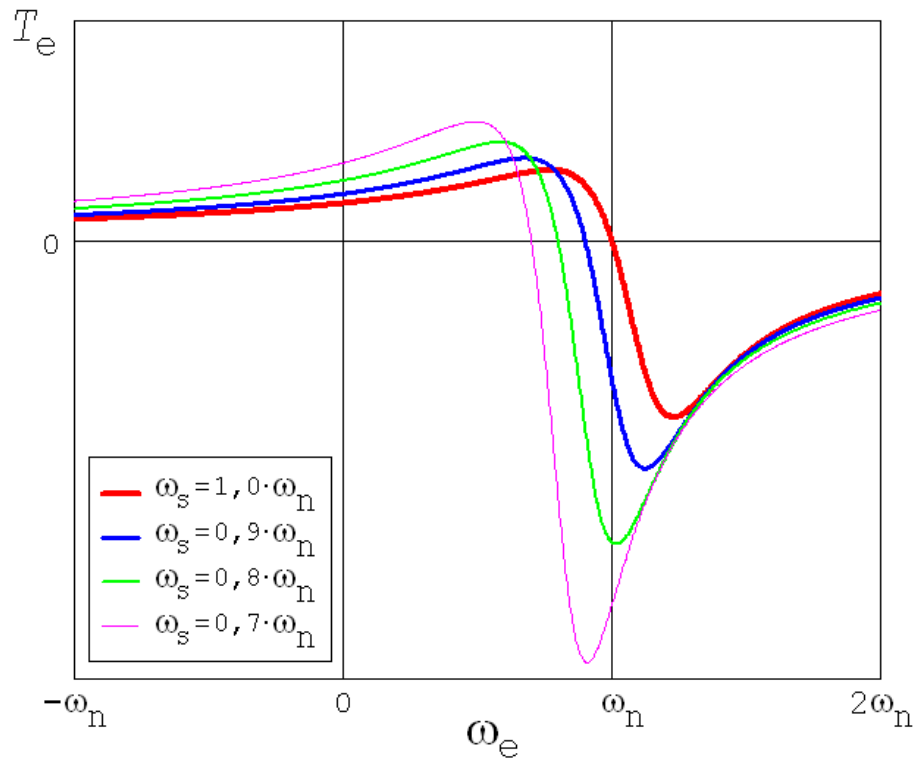


Figura 2.10: Característica binário - velocidade, com variação da frequência angular  $\omega_s$

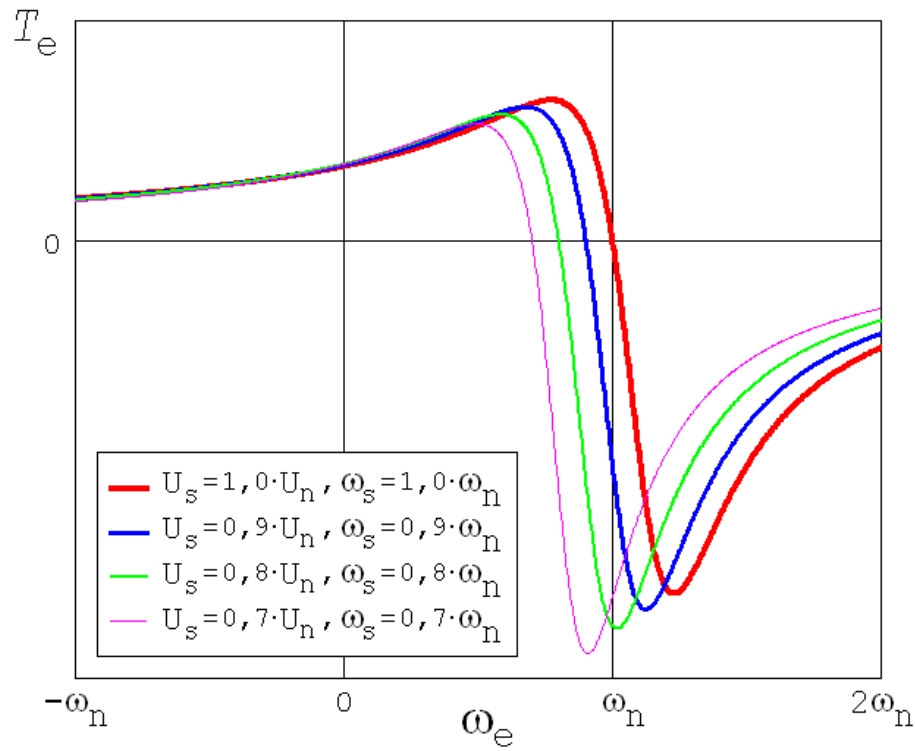


Figura 2.11: Característica binário - velocidade, com variação de tensão e frequência tal que  $\frac{U_s}{\omega_s} = \text{const}$

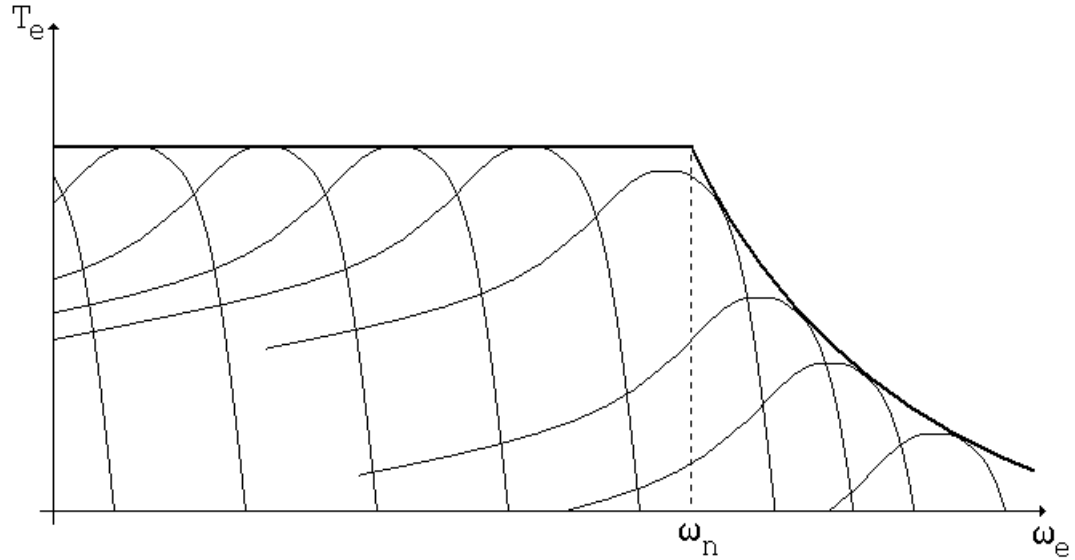


Figura 2.12: Característica binário - velocidade ideal

A característica binário-velocidade ideal (i.e., admitindo resistência nula no estator) da máquina assíncrona pode ser dividida em duas regiões: uma região de binário constante e uma região de potência constante - ver figura 2.12. A primeira existe até à velocidade nominal, e a segunda para velocidades superiores à velocidade nominal, região esta normalmente associada ao funcionamento em regime de enfraquecimento de campo. O funcionamento da máquina assíncrona em regime de enfraquecimento de campo não será abordado neste trabalho.

## 2.2 Sistemas Mecânicos

Entre os muitos aspectos de importância a considerar no estudo de uma máquina eléctrica, é importante compreender o seu funcionamento mecânico. Apesar da complexidade dos fenómenos, é possível generalizar o comportamento mecânico destes sistemas através da lei fundamental da dinâmica:

$$J \cdot \frac{\partial \omega}{\partial t} = T_e - T_L \quad (2.71)$$

Logo, a aceleração angular  $\alpha = \frac{\partial \omega}{\partial t}$  é provocada pela diferença entre o binário electromagnético produzido,  $T_e$ , e o binário de carga (em inglês, *load torque*),  $T_L$ .

O momento de inércia,  $J$ , representa para sistemas rotativos uma forma de quantificar aquilo que Isaac Newton definiu para sistemas de translação como a força inata dos corpos, isto é, a tendência dos corpos em permanecer nos seus estados originais ou, simplesmente, resistir à aceleração:

The *vis invisita*, or innate force of matter, is a power of resisting, by which every body, as much as in it lies, endeavours to persevere in it's present state, whether it be of rest, or of moving uniformly forward in a right line. [18]

Logo, quanto maior o momento de inércia, maior será a oposição da máquina a uma eventual alteração do seu estado, nomeadamente uma alteração da sua velocidade.

Em relação ao binário de carga,  $T_L$ , a sua modelação é normalmente uma tarefa de elevada complexidade e exigência analítica. No entanto, é possível caracterizar as cargas mecânicas de acordo com os tipos de atrito mais comuns ou de acordo com a evolução do binário de carga com a velocidade.

$$T_L = K_C + K_D \cdot \omega + K_A \cdot \omega^2 \quad (2.72)$$

Entre os tipos de atrito mais comuns encontram-se o atrito estático, o atrito viscoso e o atrito com o ar, que são quantificados através das constantes  $K_C$ ,  $K_D$  e  $K_A$ , respectivamente.

$$T_L = K_0 + K_1 \cdot \omega^k \quad (2.73)$$

Na figura 2.13, a evolução do binário de carga com a velocidade é caracterizada de acordo com o expoente  $k$  da equação (2.73), o que permite identificar três comportamentos distintos:

- Característica de binário constante ( $k \simeq 0$ ) - O binário é aproximadamente constante para todas as velocidades;
- Característica de binário-progressivo (*progressive-torque*,  $k > 0$ ) - O binário aumenta com a velocidade;
- Característica de binário-regressivo (*regressive-torque*,  $k < 0$ ) - O binário diminui com a velocidade.

A sobreposição das características mecânicas do binário electromagnético e de carga permite verificar graficamente a interacção entre uma determinada máquina e respectiva carga mecânica, nomeadamente em relação ao arranque e estabilidade estática.



De acordo com (2.71), o arranque intencional de uma máquina dá-se quando, em repouso, o binário electromagnético é superior ao binário de carga, provocando uma aceleração positiva. Assim, na figura 2.14, o arranque não assistido é possível com a carga  $T'_L$  mas não com a carga  $T_L$ .

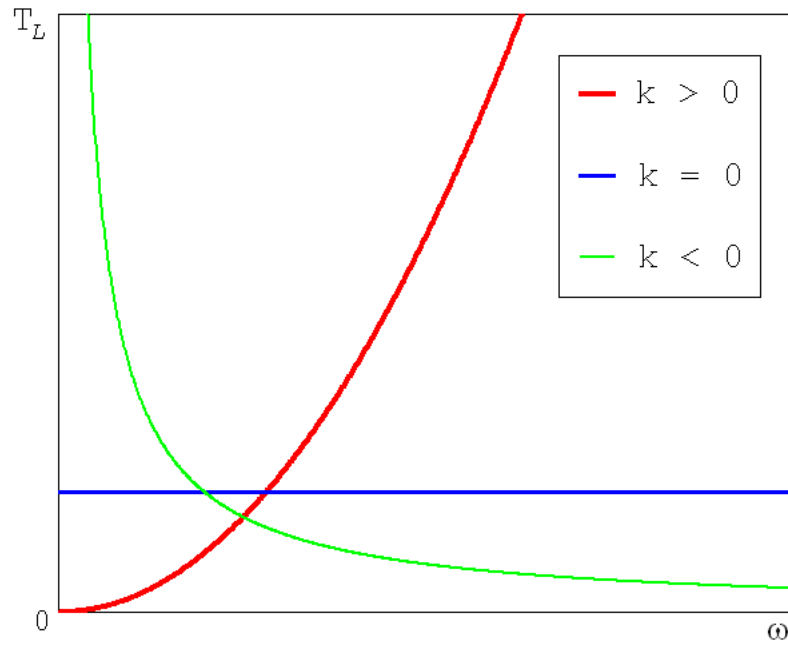


Figura 2.13: Características mecânicas de cargas, em função de  $k$

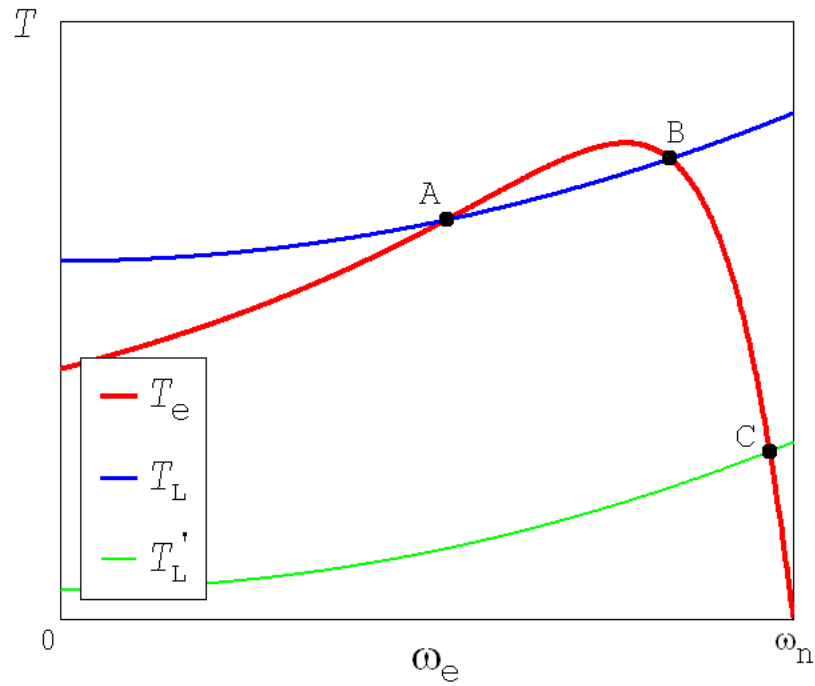


Figura 2.14: Características mecânicas de binário electromagnético e de carga sobrepostas

A inequação (2.74) representa a condição para que exista estabilidade estática, ou seja, para que perante uma súbita variação de velocidade, a máquina não se afaste do seu ponto de funcionamento em regime permanente. A estabilidade estática existe sempre que num ponto de intersecção das características mecânicas, a derivada parcial do binário de carga em função da velocidade seja superior à derivada parcial do binário electromagnético em função da velocidade:

$$\frac{\partial T_L}{\partial \omega} > \frac{\partial T_e}{\partial \omega} \quad (2.74)$$

De acordo com a definição anterior, o ponto A é instável enquanto os pontos B e C são estáveis. No ponto A, uma redução ou aumento súbito da velocidade resulta num binário desacelerador ou acelerador, respectivamente, afastando ainda mais a velocidade do seu valor inicial, logo, é instável. Nos pontos B e C, uma redução ou aumento súbito da velocidade resulta num binário acelerador ou desacelerador, respectivamente, contrariando a perturbação e eventualmente retomando a sua velocidade original.

O funcionamento dos sistemas mecânicos é também caracterizado pelo sentido que a velocidade e binário podem assumir, ou seja, pelos quadrantes da função  $T(\omega)$ , como se pode verificar na figura 2.15. O primeiro e terceiro quadrante representam o funcionamento no sentido directo e inverso, respectivamente, mas apenas com travagem natural. O segundo e quarto quadrante representam o funcionamento no sentido inverso e directo, respectivamente, mas com possibilidade de utilizar travagem intencional.

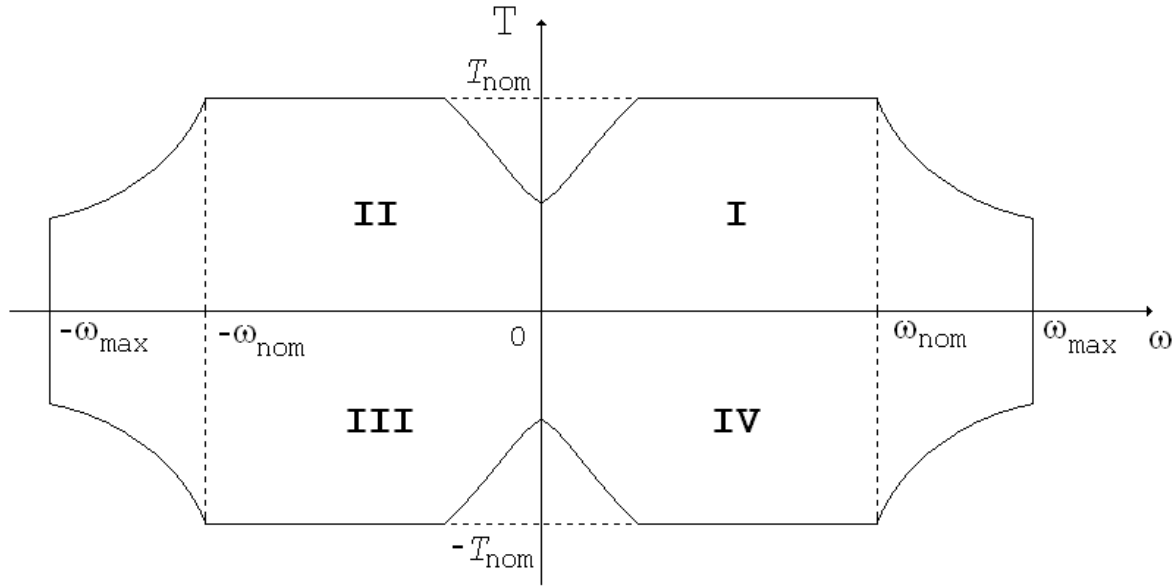


Figura 2.15: Quadrantes de funcionamento de uma máquina

O funcionamento nos quatro quadrantes é essencialmente limitado pela topologia utilizada para alimentação da máquina, como se verá na secção seguinte.

No entanto, existem outras limitações ao funcionamento de uma máquina eléctrica enquanto sistema mecânico. Os sistemas mecânicos apresentam limites físicos que não devem ser ultrapassados, como a força centrífuga decorrente do movimento rotativo do veio, que pode ser controlada estabelecendo um limite máximo de velocidade. Por outro lado, enquanto que a velocidades elevadas existe ventilação/refrigeração natural, o mesmo não pode ser dito a baixas velocidades, logo, para operações prolongadas a baixa velocidade, existe um limite de potência, isto é, binário. Na figura 2.15 estão ilustradas as limitações normalmente associadas a máquinas eléctricas, incluindo a limitação do binário imposta pela corrente máxima admissível.

## 2.3 Electrónica de Potência

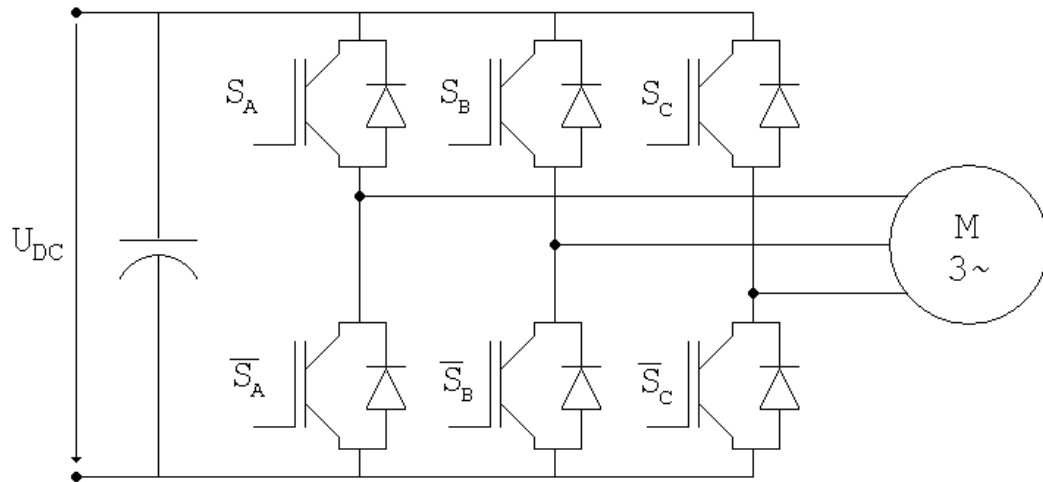


Figura 2.16: Ondulador de tensão trifásico em ponte

Em relação a accionamentos AC de velocidade variável, nomeadamente aqueles que empregam máquinas assíncronas, o conversor electrónico de potência mais comum é o ondulador de tensão trifásico em ponte (VSI, *voltage source inverter*), que a partir de uma tensão contínua,  $U_{DC}$ , é capaz de produzir um sistema de tensões alternadas graças a dispositivos comutáveis modernos como os IGBTs.

A tensão contínua é normalmente garantida a partir de um conversor DC-DC ou AC-DC, caso a energia fornecida seja proveniente de fontes DC (e.g., baterias) ou fontes AC (e.g., rede de distribuição), respectivamente. A possibilidade de inversão do sentido do trânsito de potência e variação do nível de tensão são funcionalidades valorizadas neste conversor, independentemente da fonte de energia.

A jusante (entenda-se, no sentido directo do trânsito de potência) do conversor anterior é habitual existir um filtro LC ou apenas C, responsável pela manutenção do nível de tensão e filtragem de ruído. O nó que está ao potencial  $U_{DC}$  é normalmente conhecido como barramento DC (do inglês, *DC link*) e alimenta o ondulador referido anteriormente, que por sua vez entrega energia à máquina.

O ondulador é constituído por três braços, cada um com dois dispositivos comutáveis associados em série. O nó existente entre os dois dispositivos comutáveis de cada braço é o ponto de ligação a uma fase da carga - ver figura 2.16. Adicionalmente, cada dispositivo comutável encontra-se associado em anti-paralelo com um diodo de roda livre, que fornece caminhos alternativos à corrente de saída e faz com que o ondulador funcione como rectificador em situações em que a energia transita da máquina para montante.

Analisando o circuito, torna-se evidente que apenas um dispositivo comutável por braço pode estar à condução, de modo a evitar a situação de curto-circuito. Adicionalmente, com o intuito de evitar potenciais curto-circuitos, uma vez que os dispositivos comutáveis demoram mais tempo a desligar do que a ligar, o sinal de comando para alteração do estado de um dispositivo comutável é sujeito a um atraso, denominado tempo morto (*dead time*), que permite a que o outro dispositivo do braço altere o seu estado. A introdução deste atraso introduz distorção adicional e reduz a amplitude da tensão [3]. No entanto, em métodos de controlo em anel aberto, não é costume ter ambos os dispositivos de um braço desligados, pois tal situação não permite saber que potencial existe à saída do ondulador [19]. Logo, é comum existir sempre um dispositivo ligado por braço. Portanto, à excepção do tempo morto introduzido, os sinais de comando dos dispositivos comutados de um mesmo braço são opostos em termos de valor lógico.

### 2.3.1 Travagem

Em sistemas de accionamento, a travagem, para efeitos de redução de velocidade (não necessariamente imobilização), pode ser mecânica ou eléctrica.

A travagem mecânica consiste na aplicação de forças contrárias ao movimento no veio, e é uma solução fiável, normalmente utilizada como emergência ou em complementaridade com a travagem eléctrica.

A travagem eléctrica (excluindo a travagem por inversão do sentido do campo girante) pode ser dividida em duas sub-classes: travagem dinâmica e travagem regenerativa. No entanto, em ambos os casos a travagem eléctrica consiste em reduzir a frequência de funcionamento de modo a colocar a máquina na região de funcionamento como gerador - ver figura 2.8 - e desta forma retirar energia à máquina. A travagem dinâmica consiste em canalizar a energia devolvida pela máquina para um resistor de dissipação, provocando a travagem. A travagem regenerativa aproveita a energia da máquina canalizando-a para a fonte, seja esta uma bateria ou rede eléctrica. A utilização da travagem regenerativa tem a vantagem de aumentar o rendimento do sistema mas requer, à saída, um conversor electrónico adequado (i.e., de dois ou quatro quadrantes) e respectivo controlo. Apesar das vantagens, os sistemas com travagem regenerativa utilizam também travagem dinâmica, como precaução, caso não seja possível enviar energia para a fonte (e.g., caso a bateria esteja carregada).

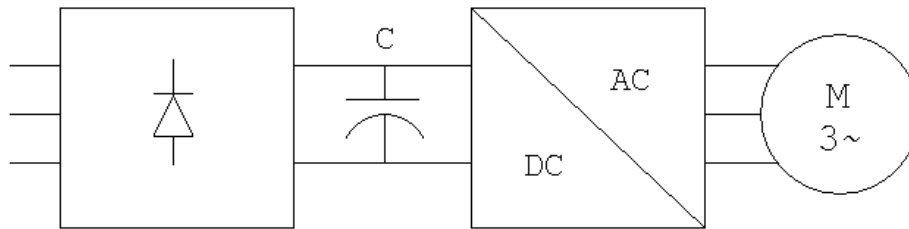


Figura 2.17: Topologia de alimentação de máquina assíncrona com conversores AC-DC e DC-AC

A topologia apresentada na figura 2.17 permite apenas o funcionamento no primeiro e terceiro quadrante do plano  $(T, \omega_m)$ , o que obriga a que as travagens sejam feitas por amortecimento natural ou travagem mecânica. Logo, é de considerável importância garantir o funcionamento no restantes quadrantes, de modo a permitir travagens rápidas e também a rápida inversão do sentido do movimento.

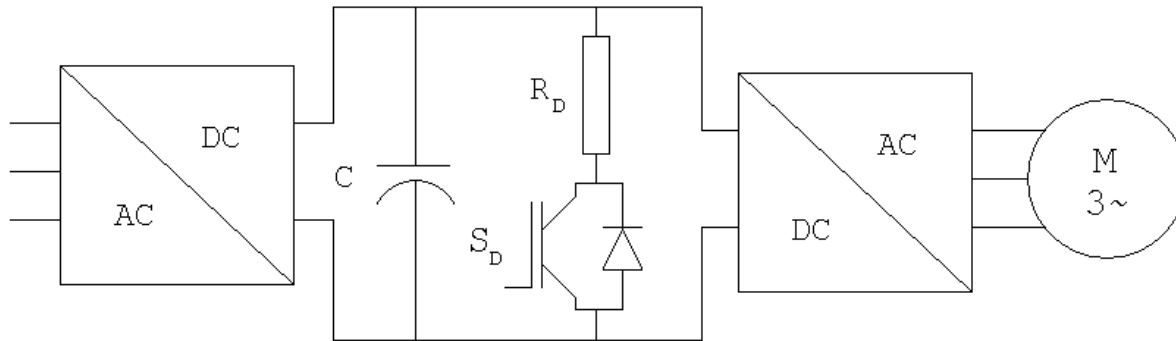


Figura 2.18: Topologia preparada para travagem eléctrica

A topologia necessária para implementar a travagem dinâmica pode ser vista na figura 2.18, onde é colocado um dispositivo comutável no barramento DC, em série com um elemento resistivo de resistência  $R_D$  cuja máxima potência de dissipação admissível,  $P_R$ , seja superior à potência máxima que a máquina pode fornecer como gerador e consequentemente superior à potência nominal do ondulator (admitindo que este se encontra devidamente dimensionado) e que verifique a seguinte condição:

$$P_R > \frac{U_{DC}^2}{R_D} \quad (2.75)$$

Numa situação de travagem dinâmica a máquina comporta-se como um gerador, e a energia eléctrica proveniente dele é rectificada (o ondulator age como um rectificador) dando lugar a uma corrente contínua no barramento, de sentido contrário ao esperado no funcionamento como motor. Nesta situação, a tensão no barramento aumenta, uma vez que o circuito da corrente se fecha pelo condensador e o carrega. Logo, para evitar um aumento de tensão que danifique o sistema, é imposto um determinado ciclo de trabalho (*duty cycle*) no dispositivo comutável de forma a manter a tensão no barramento DC abaixo de uma tensão máxima. A tensão é mantida dentro dos limites através de um controlador de histerese de dois níveis, onde o nível lógico '0' representa um nível de tensão aceitável e o nível lógico '1' representa um nível de tensão acima do aceitável - ver figura 2.19. Caso se verifique esta última situação, o controlo de tensão é activado e o dispositivo comutável alterna entre estados de acordo com um determinado ciclo de trabalho - ver figura 2.20.

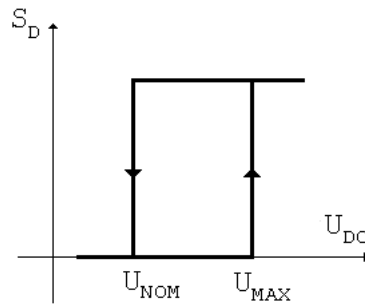


Figura 2.19: Característica do controlador de histerese de tensão

Se o dispositivo comutável estiver aberto ( $S_D = 0$ ), o circuito comporta-se como um circuito de carga de um condensador. Logo, a tensão no barramento DC irá aumentar. Por outro lado, se o dispositivo comutável estiver fechado ( $S_D = 1$ ), o condensador vai ser descarregado e a tensão no barramento DC irá diminuir. Ao alternar entre os dois estados possíveis do dispositivo comutável, é possível controlar a tensão no barramento DC.

No entanto, para evitar complicar a topologia de controlo, basta considerar um ciclo de trabalho unitário ( $S_D = 1$ ) quando a tensão excede o limite estipulado ( $U_{DC} > U_{DC_{MAX}}$ ).

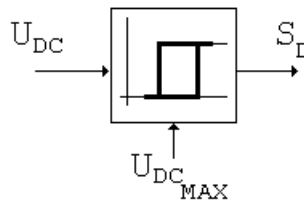


Figura 2.20: Diagrama de blocos do sistema de controlo de tensão

### 2.3.2 Construção do vector espacial de tensão no estator

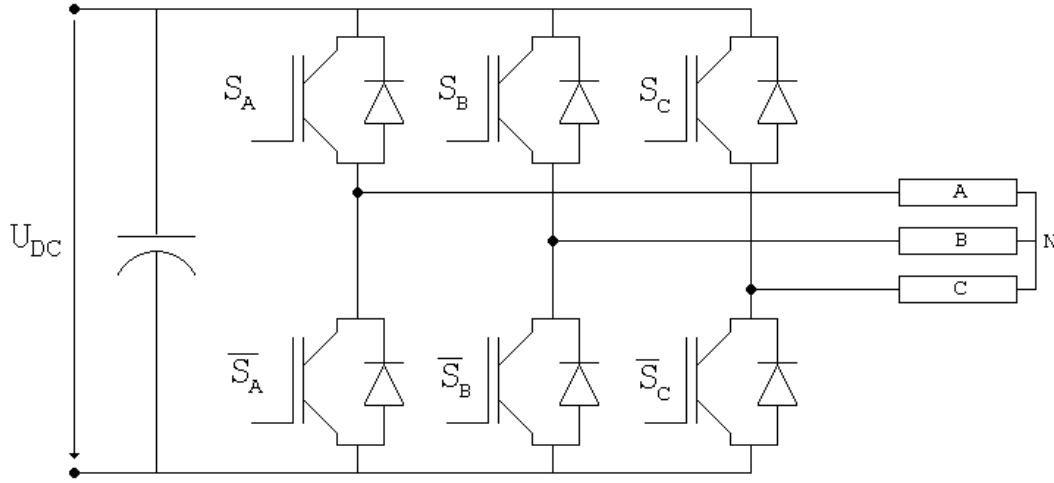


Figura 2.21: Ondulador de tensão trifásico em ponte

Esta topologia permite uma fácil construção do vector espacial de tensão no estator desde que seja conhecida a tensão no barramento,  $U_{DC}$ , e o estado de cada braço do ondulador,  $S_A$ ,  $S_B$  e  $S_C$ .

A partir da figura 2.21, e desprezando a queda de tensão nos dispositivos comutáveis, é evidente que as tensões compostas (fase-fase) no estator são dadas pelas seguintes relações:

$$\begin{cases} u_{ab_s} = U_{DC} \cdot (S_A - S_B) \\ u_{bc_s} = U_{DC} \cdot (S_B - S_C) \\ u_{ca_s} = U_{DC} \cdot (S_C - S_A) \end{cases} \quad (2.76)$$

As tensões simples no estator podem ser obtidas a partir das tensões compostas:

$$\begin{cases} u_{an_s} = \frac{u_{ab_s} - u_{ca_s}}{3} \\ u_{bn_s} = \frac{u_{bc_s} - u_{ab_s}}{3} \\ u_{cn_s} = \frac{u_{ca_s} - u_{bc_s}}{3} \end{cases} \quad (2.77)$$

Substituindo (2.76) em (2.77), vem:

$$\begin{cases} u_{an_s} = \frac{U_{DC}}{3} (2 \cdot S_A - S_B - S_C) \\ u_{bn_s} = \frac{U_{DC}}{3} (-S_A + 2 \cdot S_B - S_C) \\ u_{cn_s} = \frac{U_{DC}}{3} (-S_A - S_B + 2 \cdot S_C) \end{cases} \quad (2.78)$$

O vector espacial  $\bar{u}_{dq_s}^s$  é obtido a partir da transformação  $dq$ . Logo, vem:

$$\begin{cases} u_{d_s}^s = u_{an_s} - \frac{1}{2} \cdot u_{bn} - \frac{1}{2} \cdot u_{cn} \\ u_{q_s}^s = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot u_{bn} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot u_{cn} \\ \bar{u}_{dq_s}^s = u_{d_s}^s + j \cdot u_{q_s}^s \end{cases}$$

Resolvendo o sistema anterior:

$$\bar{u}_{dq_s}^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left( u_{an_s} + u_{bn_s} \cdot e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3}} + u_{cn_s} \cdot e^{j \cdot \frac{4 \cdot \pi}{3}} \right) \quad (2.79)$$

Substituindo (2.78) em (2.79):

$$\bar{u}_{dq_s}^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot U_{DC} \cdot \left( S_A + S_B \cdot e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3}} + S_C \cdot e^{j \cdot \frac{4 \cdot \pi}{3}} \right) \quad (2.80)$$

Aplicando todas as possíveis combinações dos estados de cada braço a (2.80), construiu-se a seguinte tabela de verdade:

$S_A$	$S_B$	$S_C$	$ \bar{u}_{dq_s}^s $	$arg(\bar{u}_{dq_s}^s)$	$\bar{U}_k$
0	0	0	0	0	$\bar{U}_0$
0	0	1	$U_m$	-120	$\bar{U}_5$
0	1	0	$U_m$	120	$\bar{U}_3$
0	1	1	$U_m$	180	$\bar{U}_4$
1	0	0	$U_m$	0	$\bar{U}_1$
1	0	1	$U_m$	-60	$\bar{U}_6$
1	1	0	$U_m$	60	$\bar{U}_2$
1	1	1	0	0	$\bar{U}_7$

Tabela 2.1: Tabela de verdade dos possíveis vectores espaciais de tensão no estator

Resumindo a informação da tabela, o vector espacial de tensão não nulo aplicado ao estator é dado pelo sistema (2.81), onde  $k$  representa um dos seis possíveis sectores de  $60^\circ$  do plano  $dq$  do estator - ver figura 2.22.

$$\begin{cases} \bar{U}_k = U_m \cdot e^{j \cdot \Theta_k} , \quad k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ \Theta_k = (k - 1) \cdot \frac{\pi}{3} \\ U_m = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot U_{DC} \end{cases} \quad (2.81)$$

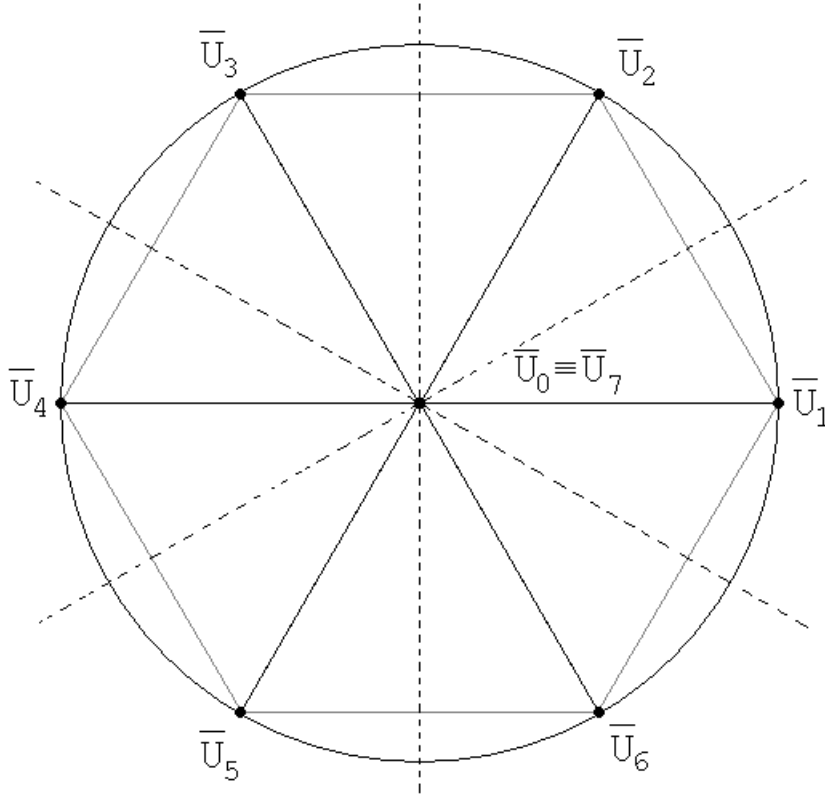


Figura 2.22: Vectores espaciais de tensão no estator no plano  $dq$

Por outro lado, utilizando a transformação  $dq$  referida em 2.1.2., que permite manter a amplitude (*amplitude invariant transformation*), obtém-se:

$$\begin{cases} \bar{U}_k = U_m \cdot e^{j \cdot \Theta_k} , \quad k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ \Theta_k = (k - 1) \cdot \frac{\pi}{3} \\ U_m = U_{DC} \end{cases}$$



### 2.3.3 Técnicas de Comando

A técnica de comando mais rudimentar consiste na aplicação cíclica de um número baixo de manobras pré-determinadas (6 no mínimo) no ondulator por período, sendo esta técnica designada *condução por 120° ou 180°* [20], consoante o tempo por período (sendo um período equivalente a 360°) que cada dispositivo comutável fica a conduzir - ver figura 2.23. Esta técnica tem a desvantagem de impor tensões no estator que, para além da componente fundamental, possuem elevado ruído harmónico.

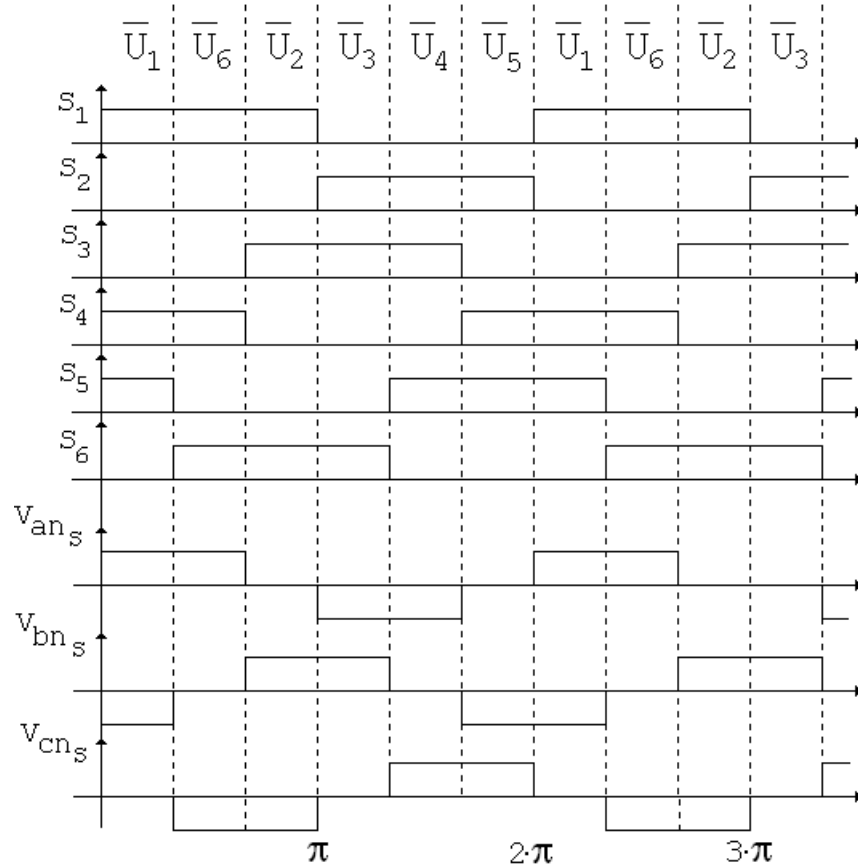


Figura 2.23: Sinais de comando e tensões de saída para a técnica de *condução por 180°*

No entanto, existem variantes da técnica anterior com maior número de manobras por período e durações distintas, de forma a estabelecer determinadas formas de onda que possuam a componente fundamental pretendida e conteúdo harmónico reduzido ou de ordem elevada. Esta técnica é designada por *padrão global pré-calculado* [21]. Esta técnica insere-se na categoria de técnicas de modulação por largura de impulso (PWM, *pulse width modulation*), pois a largura de cada pulso varia de forma a conceber determinada forma de onda.

As técnicas de comando destes ondulators variam tanto em complexidade como em desempenho. O desempenho destas técnicas está associada à sua capacidade de produzir tensões ou correntes alternadas com baixa distorção harmónica, sem atingir frequências de comutação elevadas nos dispositivos, o que se traduziria em maiores perdas de comutação no ondulator. A escolha da técnica e respectivos parâmetros deve focar tanto as perdas no ondulator como as perdas na máquina provocadas por conteúdo harmónico indesejado.

Entre as técnicas mais populares existe ainda a modulação sub-harmónica que existe em duas variantes: sinusoidal e vectorial. A variante sinusoidal ou clássica compara um sinal sinusoidal com a frequência e amplitude desejadas (modulante) com sinais triangulares (portadoras) de frequência mais elevada, e determina se deve ou não comutar o estado de um braço do inversor. A variante vectorial (SVM, *space vector modulation*) sugere uma implementação digital e consiste em aproximar o vector espacial de tensão no estator,  $\bar{u}_{dq_s}^s$ , de um vector espacial de referência,  $(\bar{u}_{dq_s}^s)^*$ , por imposição de estados no ondulator durante determinados períodos de tempo que, em média, reproduzem o vector espacial de referência. A posição no plano  $dq$  do vector espacial de referência é utilizada para determinar os três vectores espaciais mais próximos deste, sendo um nulo ( $\bar{U}_Z$ ) e dois não nulos ( $\bar{U}_X$  e  $\bar{U}_Y$ ) - ver figura 2.24 - que são utilizados alternadamente e por períodos de tempo não necessariamente iguais por forma a que a média do vector espacial de tensão no estator seja igual ao vector espacial de referência.

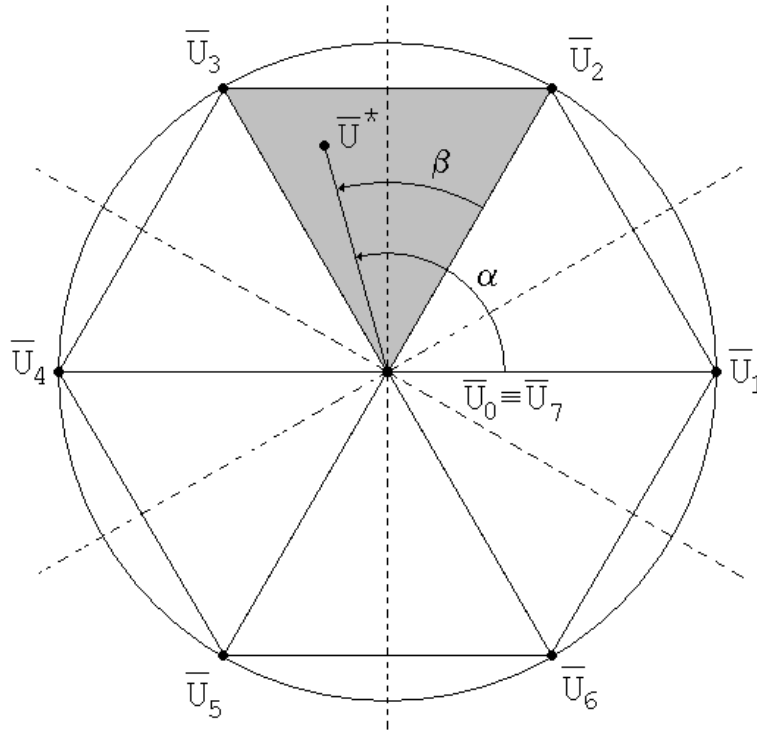


Figura 2.24: Modulação Vectorial

A duração de cada um dos três intervalos é determinada a partir de (2.82), onde  $d_X$ ,  $d_Y$  e  $d_Z$  representam a duração relativa (entenda-se, ciclo de trabalho) dos vectores espaciais  $\bar{U}_X$ ,  $\bar{U}_Y$  e  $\bar{U}_Z$ .

$$(\bar{u}_{dq_s}^s)^* = M \cdot e^{j\alpha} = d_X \cdot \bar{U}_X + d_Y \cdot \bar{U}_Y + d_Z \cdot \bar{U}_Z \quad (2.82)$$

A soma de todas as durações relativas é igual à unidade, o que permite calcular a duração relativa do vector espacial nulo:

$$d_Z = 1 - d_X - d_Y \quad (2.83)$$

A duração relativa dos vectores espaciais não nulos é dada por (2.84) e (2.85), de acordo com o ângulo  $\alpha$  e  $\beta$  e o factor de modulação  $m$ . O ângulo  $\beta$  representa o ângulo do vector espacial de referência na região do plano  $dq$  delimitada pelas direcções e sentidos dos vectores espaciais  $\bar{U}_X$  e  $\bar{U}_Y$ , como se pode ver na figura 2.24.

$$d_X = m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \beta\right) \quad (2.84)$$

$$d_Y = m \cdot \sin(\beta) \quad (2.85)$$

$$\beta = \alpha - \frac{\pi}{3} \cdot \text{int}\left(\frac{3}{\pi} \cdot \alpha\right) \quad (2.86)$$

O factor de modulação,  $m$ , é visto como o quociente entre a amplitude de referência,  $M$ , e a amplitude máxima possível,  $M_{MAX}$ :

$$m = \frac{M}{M_{MAX}} \quad (2.87)$$

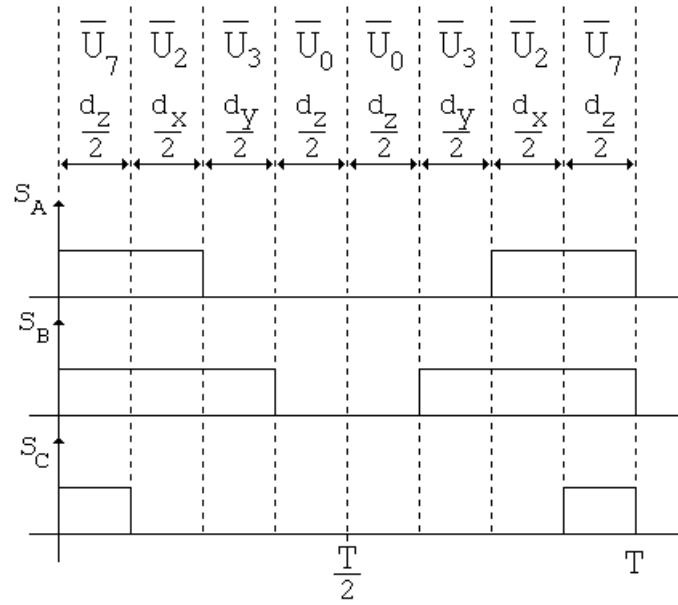


Figura 2.25: Sequência de comutação no ondulador com o algoritmo SVM

A sequência de estados no ondulador é tal que apenas um braço do ondulador é afectado por período de comutação - ver figura 2.25. O período de comutação real varia consoante  $d_X$ ,  $d_Y$  e  $d_Z$  mas em média é controlado pelo período de amostragem do módulo de SVM, já que de acordo com o algoritmo, o número de comutações por período de amostragem é limitado (a um). O número de comutações por período de amostragem com este algoritmo é o dobro daquele que seria necessário para gerar simplesmente a referência pretendida, o que se justifica pela necessidade de gerar sequências de estados simétricas para obter menor conteúdo harmónico à saída.

## 2.4 Métodos de Controlo

Os métodos de controlo existentes para máquinas assíncronas podem ser classificados como métodos escalares ou métodos vectoriais. Os métodos escalares referem-se ao métodos de controlo em que apenas a amplitude das variáveis de controlo é controlada. São caracterizados pela sua simplicidade de implementação e desempenho adequado e existem tanto em anel aberto como fechado. Os métodos vectoriais recorrem à amplitude e fase das variáveis de controlo para, mediante modelos de complexidade superior, assegurar um desempenho elevado.

Na figura 2.26 estão representados os diversos métodos utilizados para controlo de accionamentos de velocidade variável, incluindo o DTC (que será discutido no capítulo 3). Neste resumo apenas serão abordados os métodos de maior relevância, nomeadamente aqueles que utilizam um ondulator de tensão em ponte, como o método escalar tensão/frequência e o método vectorial FOC (orientação segundo o vector espacial de fluxo ligado com o rotor).

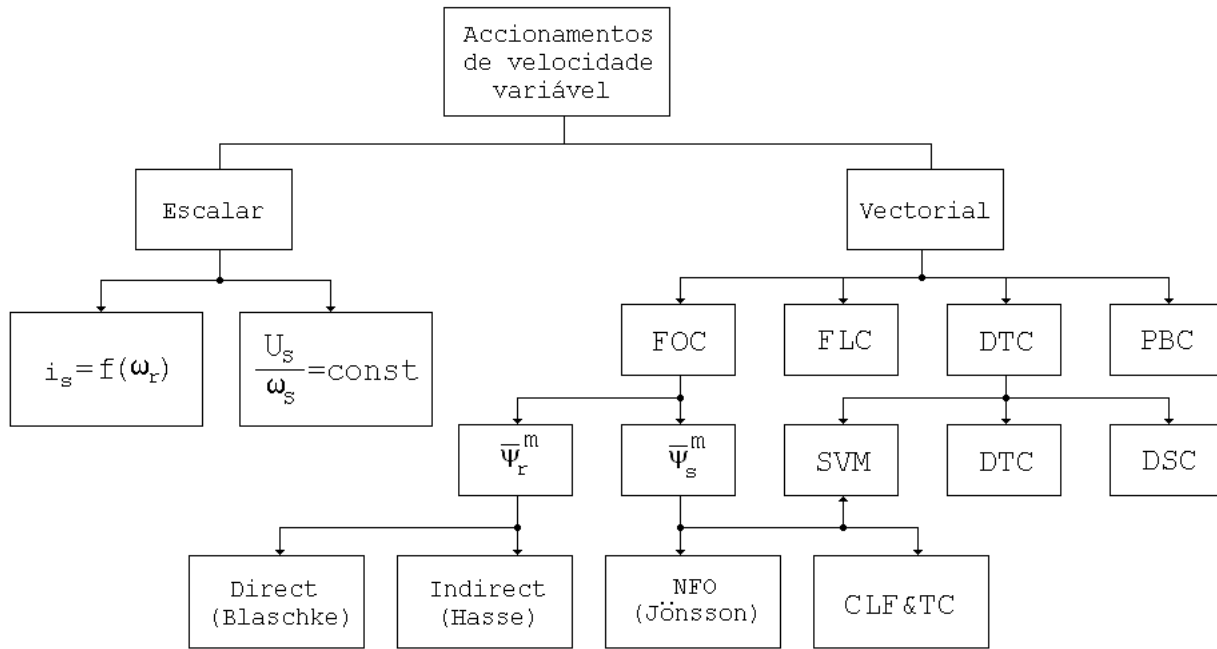


Figura 2.26: Principais técnicas de controlo para VSDs que empreguem IMs (adaptado de [1])

### 2.4.1 Controlo por variação simultânea de tensão e frequência

O método escalar mais popular e provavelmente o mais simples é o método tensão/frequência constante em que o quociente entre tensão e frequência é mantido sensivelmente constante, o que implica variação de ambas. O método parte do circuito equivalente da máquina assíncrona representado na figura 2.7, onde se pode verificar que o fluxo de magnetização (ramo transversal) é afectado pela tensão no estator e respectiva frequência. Desprezando a queda de tensão causada pela resistência dos enrolamentos do estator, vem:

$$\psi_M = L_M \cdot \sqrt{(I_s)^2 + (I_r')^2} \simeq \frac{U_s}{\omega_s} \quad (2.88)$$

Ao manter constante o quociente anterior, por variação de simultânea de tensão e frequência, consegue-se evitar a saturação e obter o binário máximo para todas as velocidades até à (velocidade) nominal, excepto a velocidades baixas ( $\omega_s \simeq 0$ ). A baixas velocidades, a queda de tensão no estator dá-se essencialmente na

resistência dos enrolamentos e assim o fluxo torna-se diminuto, o que limita o binário disponível, como se pode ver na figura 2.27.

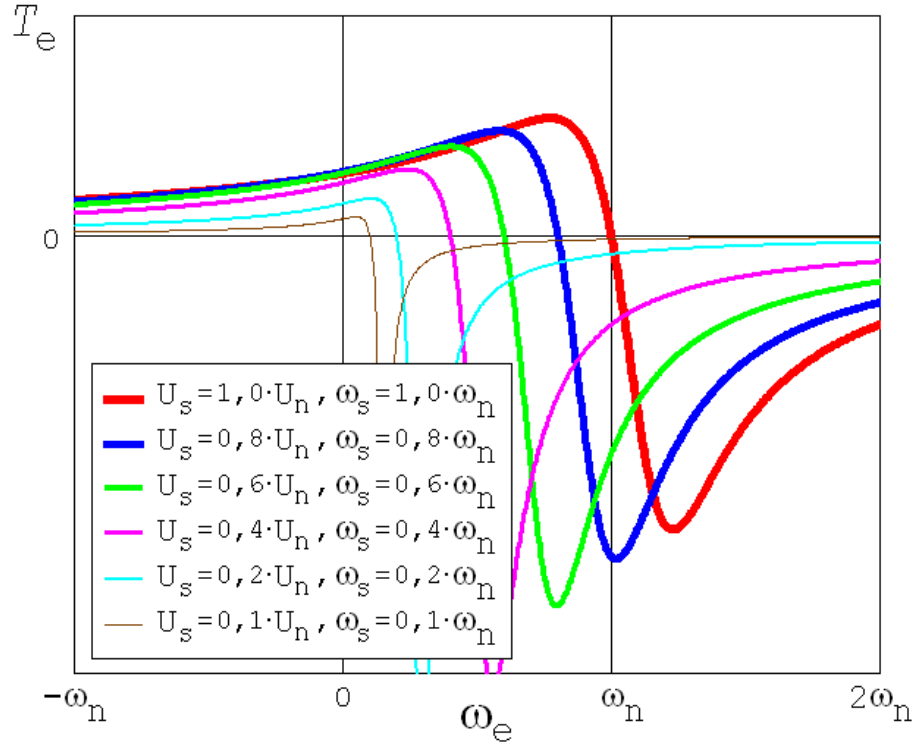


Figura 2.27: Característica binário - velocidade, com variação de tensão e frequência tal que  $\frac{U_s}{\omega_s} = \text{const}$

A solução normalmente adoptada para este problema consiste em compensar a queda do fluxo, aumentando a tensão no estator nessa gama de velocidades, o que equivale a ignorar (2.88) a baixa velocidade. Deste modo, pretende-se obter com maior ou menor precisão a característica da figura 2.12, através de uma função não linear  $U_s(\omega_s)$  como a que está representada na figura 2.28.

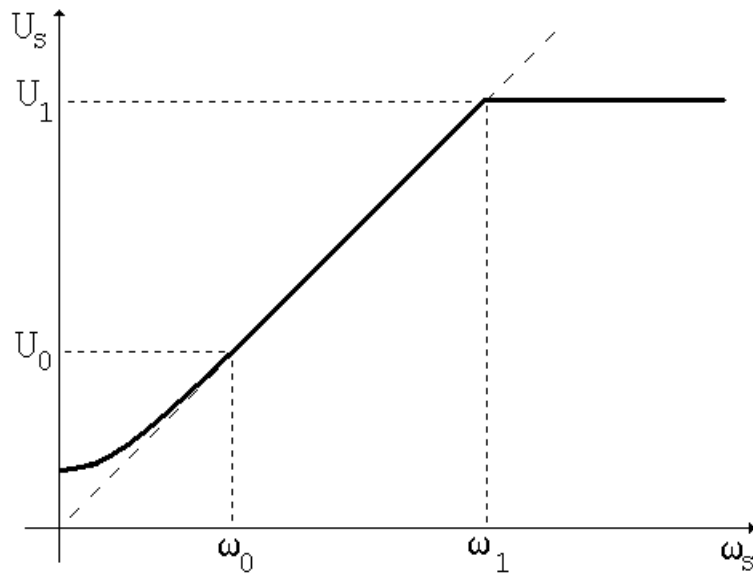


Figura 2.28: Função  $U_s(\omega_s)$  para o método tensão/frequência, com compensação

A figura 2.28 reflecte a relação desejada entre tensão e velocidade angular para a operação do método tensão/frequência a diversas velocidades, em particular a baixa velocidade ( $\omega_s < \omega_0$ ) e a velocidades acima da nominal ( $\omega_s > \omega_1$ ). A relação tensão/frequência é constante desde um valor de velocidade considerado baixo ( $\omega_0$ ) até à velocidade nominal da máquina ( $\omega_1$ ). A partir da velocidade nominal, a tensão é mantida constante para evitar sobre-tensões e apenas a frequência é aumentada, o que resulta numa diminuição do binário disponível.

A modelação da função  $U_s(\omega_s)$  pode tornar-se exigente, logo, é conveniente a sua aproximação por segmentos de recta de forma a facilitar a implementação - ver figura 2.29. As referências de tensão e frequência obtidas são impostas empregando um ondulator trifásico em ponte controlado por tensão comandado por modulação por largura de impulso.

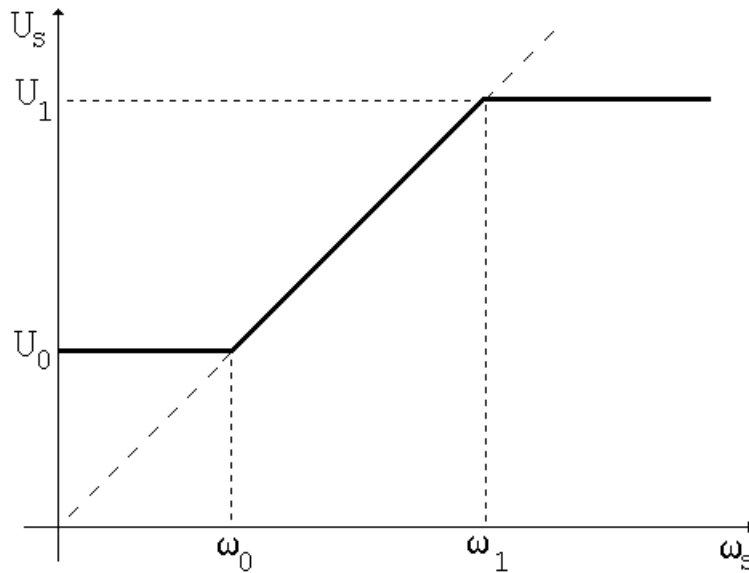


Figura 2.29: Função  $U_s(\omega_s)$  aproximada, para o método tensão/frequência, com compensação

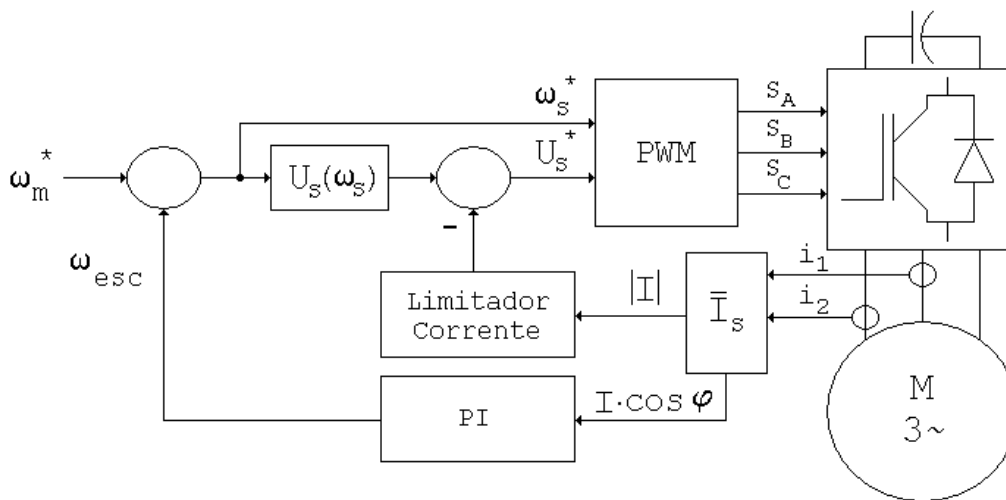


Figura 2.30: Diagrama de blocos do método tensão/frequência em anel aberto

As implementações do método tensão/frequência são normalmente acompanhadas de protecções contra sobre-tensões e também acelerações bruscas (que de resto figuram em quase todos os accionamentos de

velocidade variável). A figura 2.30 ilustra uma possível implementação deste método em anel aberto.

A velocidade angular de sincronismo,  $\omega_s$ , apesar de ser normalmente próxima da velocidade angular eléctrica do rotor vista do estator, difere da primeira devido ao escorregamento. Portanto, se a implementação do método partir de uma referência da velocidade angular mecânica do rotor, é necessário estimar o escorregamento, caso contrário tal erro estará sempre presente. Assim, surge a necessidade de efectuar uma compensação do sinal, de modo a incluir o escorregamento, que pode ser visto como aproximadamente proporcional à componente activa da corrente no estator.

A utilização deste princípio de funcionamento para controlo de velocidade recorre a um controlador PI que perante o erro de velocidade, devolve a velocidade angular de escorregamento, que por sua vez é somada à velocidade angular da máquina para se obter a referência,  $\omega_s^*$  - ver figura 2.31.

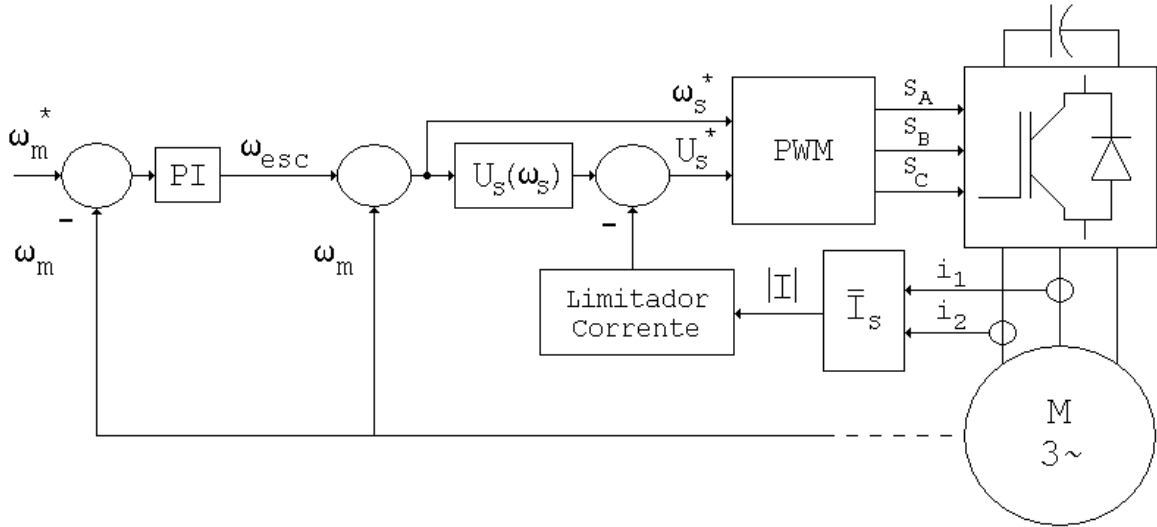


Figura 2.31: Diagrama de blocos do método tensão/frequência em anel fechado

O controlo escalar por variação simultânea de tensão e frequência apresenta-se como um método simples e eficaz para accionamentos de velocidade variável, apesar da exactidão limitada em termos de controlo de velocidade e fraca resposta dinâmica.

### 2.4.2 Controlo em Orientação de Campo

O controlo em orientação de campo (FOC) é um método de controlo para accionamentos de velocidade variável cujo objectivo é reproduzir o comportamento da máquina DC com excitação independente. A máquina DC típica permite atingir o maior binário por intensidade de corrente possível devido à ortogonalidade entre fluxo e corrente, e caso esteja na configuração com excitação independente, permite um controlo desacoplado de fluxo e binário, pois a corrente de campo,  $I_f$ , e corrente de armadura,  $I_a$ , pertencem a circuitos eléctricos distintos, logo, o seu controlo é independente. O binário electromagnético da máquina DC é dado por:

$$T_e = K_{DC} \cdot \psi_f \cdot I_a = K'_{DC} \cdot I_f \cdot I_a \quad (2.89)$$

Por sua vez, o binário electromagnético da máquina assíncrona, num referencial  $dq$  em movimento, é dado por:

$$T_e = -\frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_M}{L_r} \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_r}^m \times \bar{i}_{dq_s}^m \right) = -\frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_M}{L_r} \cdot (\psi_{d_r}^m \cdot i_{q_s}^m - \psi_{q_r}^m \cdot i_{d_s}^m) \quad (2.90)$$

Se o referencial  $dq$  em movimento estiver alinhado com o vector espacial de fluxo ligado com o rotor, tem-se:

$$\begin{cases} \psi_{d_r}^m = \bar{\psi}_{dq_r}^m \\ \psi_{q_r}^m = 0 \end{cases} \quad (2.91)$$

Logo, o binário pode ser visto como:

$$T_e = -\frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_M}{L_r} \cdot (\psi_{d_r}^m \cdot i_{q_s}^m) \quad (2.92)$$

Por outro lado, pode ser demonstrado que, para uma máquina em gaiola de esquilo e  $\psi_{d_r}^m$  constante (i.e., regime permanente), o vector espacial de corrente no rotor no referencial em movimento está de acordo com as seguintes relações:

$$\begin{cases} i_{d_r}^m = 0 \\ i_{q_r}^m = \bar{i}_{dq_r}^m \end{cases} \quad (2.93)$$

As relações anteriores demonstram a ortogonalidade entre os vectores espaciais de fluxo e corrente no rotor, o que permite atingir o maior binário por intensidade de corrente, à semelhança da máquina DC. Utilizando as relações anteriores em (2.34), vem:

$$\psi_{d_r}^m = L_M \cdot i_{d_s}^m \quad (2.94)$$

Logo, o binário escreve-se como (2.95) e portanto, verifica-se que o binário e fluxo podem ser controlados a partir das componentes directa e em quadratura dos vectores espaciais de corrente no estator no referencial  $dq$  em movimento alinhado com o vector espacial de fluxo ligado com o rotor.

$$T_e = -\frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_M^2}{L_r} \cdot (i_{d_s}^m \cdot i_{q_s}^m) \quad (2.95)$$

A transformação necessária para que as variáveis sejam relativas a um referencial  $dq$  em movimento orientado segundo o vector espacial de fluxo ligado com o rotor exige o conhecimento da orientação ou fase deste. A literatura distingue duas abordagens a este problema: *directa* e *indirecta*.

A abordagem *directa* recorre à determinação directa do vector espacial de fluxo ligado com o rotor, e consequentemente, da sua orientação. As implementações que seguem esta abordagem são designadas por *direct field oriented control* (DFOC) e envolvem a determinação do vector espacial de fluxo ligado no entreferro ( $\bar{\psi}_m^s$ ) a partir de medição das suas componentes directa e em quadratura por colocação de sensores na máquina ou por estimação a partir de correntes e tensões da máquina, e uma vez obtido, é utilizado em (2.96) de forma a calcular o vector espacial de fluxo ligado com o rotor.

$$\bar{\psi}_r^s = \frac{L_r}{L_M} \cdot \bar{\psi}_m^s - \left( \frac{L_s \cdot L_r - L_M^2}{L_r} \right) \cdot \bar{i}_s^s \quad (2.96)$$

A abordagem *indirecta* determina a orientação do vector espacial de fluxo ligado com o rotor sem recorrer à determinação do mesmo. As implementações que seguem esta abordagem são designadas por *indirect field*



*oriented control* (IFOC) e recorrem à medição ou estimação da posição ou velocidade do rotor, para que possa ser utilizada em (2.97), onde  $\omega_r^*$  representa a referência da velocidade angular eléctrica do rotor.

$$\theta_r = \int_0^t (\omega_r^*) dt + p \cdot \theta_m \quad (2.97)$$

Apesar da diferença mencionada, as implementações partilham o princípio de funcionamento: controlam fluxo e binário a partir das componentes directa e em quadratura da corrente do estator - como se pode verificar nas figuras 2.32 e 2.33.

As referências de corrente para cada uma das fase são obtidas realizando transformações inversas, primeiro do referencial em movimento ( $m$ ) para o referencial do estator ( $s$ ) e depois do referencial do estator para coordenadas reais (123). As referências obtidas são impostas pelo ondulator trifásico em ponte controlado por corrente através de controladores de histerese (ou *bang bang*).

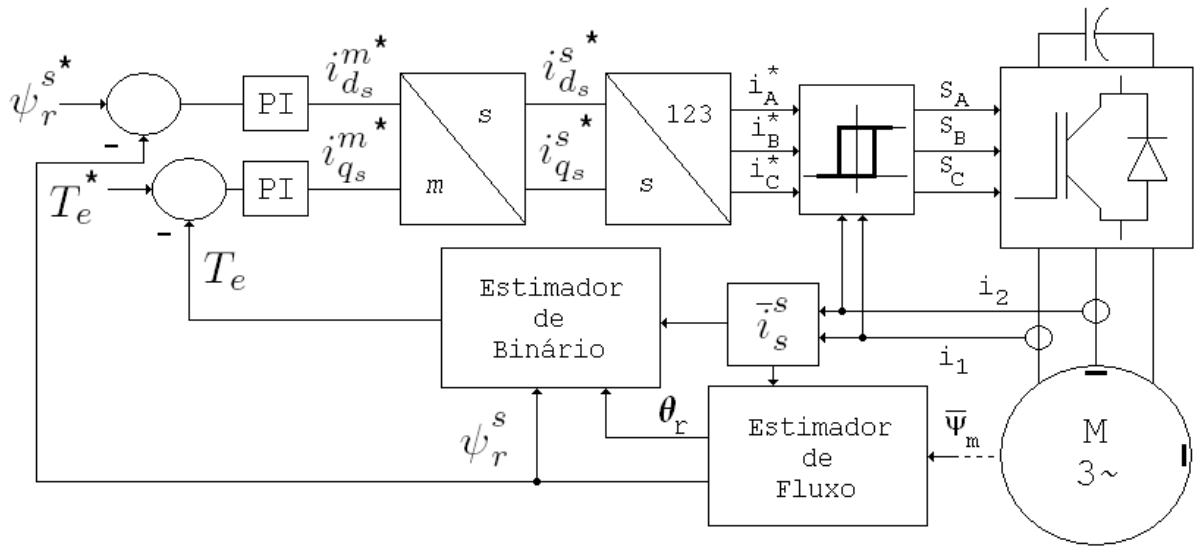


Figura 2.32: Diagrama de blocos de uma implementação do DFOC

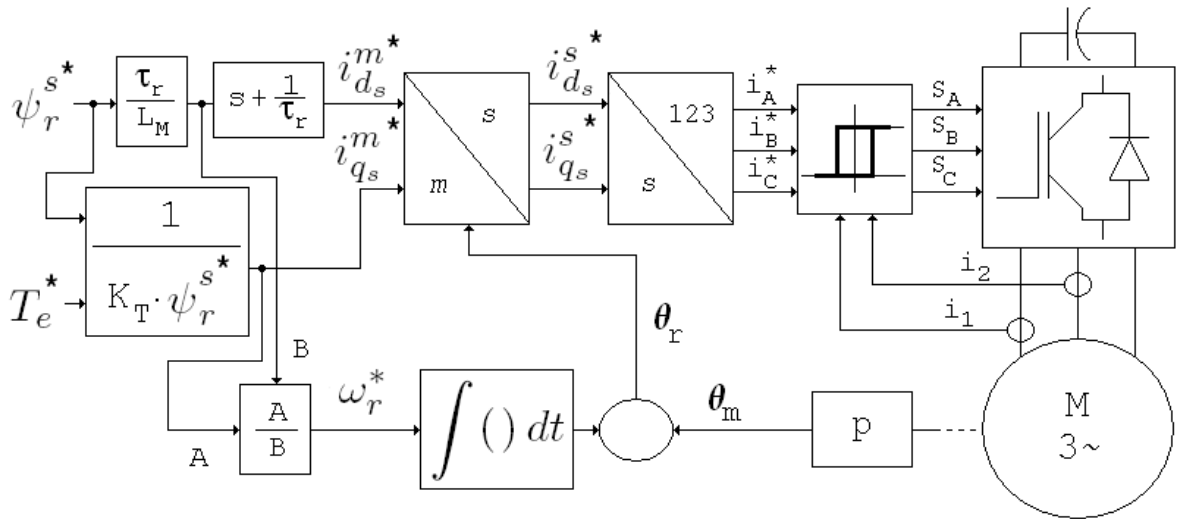


Figura 2.33: Diagrama de blocos de uma implementação do IFOC



## Capítulo 3

# Direct Torque Control

Neste capítulo explica-se o princípio de funcionamento da técnica de controlo conhecida genericamente por *Direct Torque (and Flux) Control*. Em seguida, faz-se a caracterização e distinção entre *Direct Torque (and Flux) Control* (DTC ou DTFC) e *Direct Self Control* (DSC), duas técnicas com semelhanças que surgiram na mesma década. Posteriormente, explicam-se alguns dos avanços feitos entretanto em relação ao DTC clássico, em particular, o *Space Vector Direct Torque Control* (DTC-SVM).

### 3.1 Controlo do Fluxo e Binário

Lembrando (2.52) e (2.53) do capítulo 2, podemos observar que o binário se pode exprimir como:

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_M}{L_s \cdot L_r - L_M^2} \cdot (\overline{\psi}_{dq_r}^s \times \overline{\psi}_{dq_s}^s) = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_M}{L_s \cdot L_r - L_M^2} \cdot |\overline{\psi}_{dq_r}^s| \cdot |\overline{\psi}_{dq_s}^s| \cdot \sin(\theta_{rs})$$

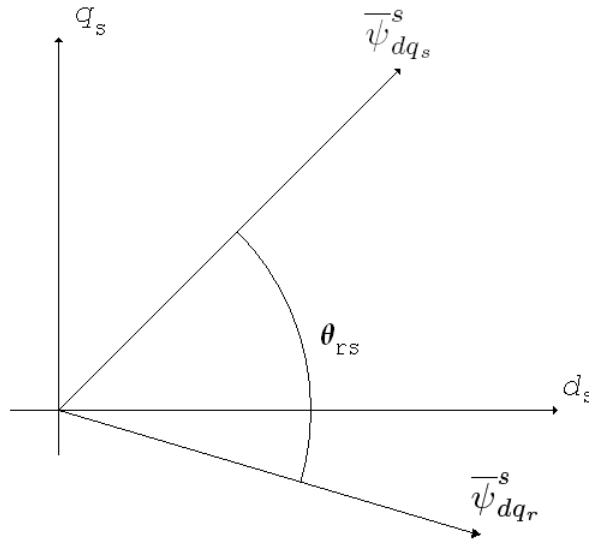


Figura 3.1: Representação dos vectores espaciais de fluxos ligados do estator e rotor no plano  $dq$

A relação anterior permite-nos concluir que o binário pode ser alterado afectando os vectores espaciais de fluxo ligado com o estator e com o rotor, nomeadamente através do ângulo entre os dois,  $\theta_{rs}$ - ver figura 3.1.

O sistema (2.27) do capítulo 2 permite-nos relacionar o vector espacial de fluxo ligado com o estator com o vector espacial de tensão no estator. O vector espacial de fluxo ligado com o estator é igual ao integral temporal da diferença entre o vector espacial de tensão no estator e o termo que representa a queda tensão no estator devido à resistência dos enrolamentos,  $R_s \cdot \vec{i}_{dq_s}^s$ , logo, o vector espacial de fluxo ligado com o estator varia na razão directa com o vector espacial de tensão no estator.

$$\overline{\psi}_{dq_s}^s = \int (\overline{u}_{dq_s}^s - R_s \cdot \vec{i}_{dq_s}^s) \partial t \quad (3.1)$$

Admitindo que a queda de tensão nos enrolamentos do estator é desprezável, tem-se que:

$$\frac{\Delta \overline{\psi}_{dq_s}^s}{\Delta t} \simeq \overline{u}_{dq_s}^s \Leftrightarrow \Delta \overline{\psi}_{dq_s}^s \simeq \overline{u}_{dq_s}^s \cdot \Delta t \quad (3.2)$$

Logo, ao aplicar um determinado vector espacial de tensão no estator durante um intervalo de tempo, o vector espacial de fluxo ligado com o estator é afectado directamente, de acordo com a orientação e amplitude do vector espacial de tensão aplicado, como se pode verificar na figura 3.2.

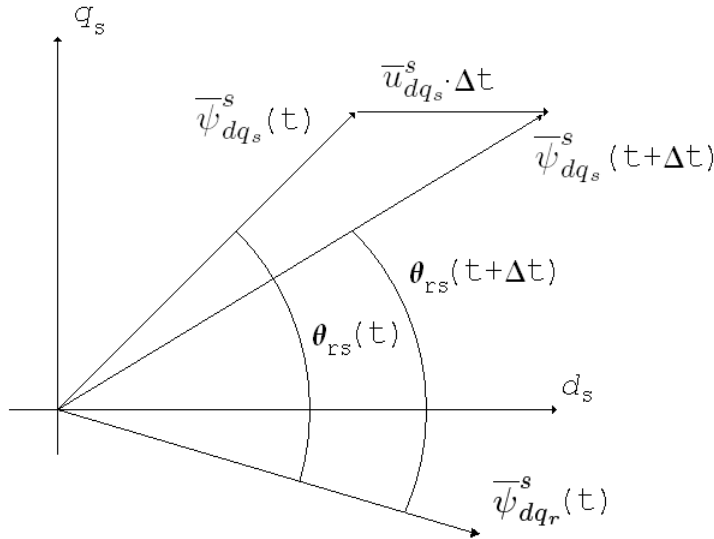


Figura 3.2: Variação de  $\overline{\psi}_{dq_s}^s$  por alteração de  $\overline{u}_{dq_s}^s$

Sabendo que o vector espacial de tensão no estator é controlável, como foi visto no capítulo 2, é possível orientar o vector espacial de fluxo ligado com o estator para que o ângulo  $\theta_{rs}$  varie de acordo e assim possibilite o controlo do binário electromagnético da máquina. Contudo, o ângulo só pode ser afectado decisivamente se, durante o intervalo de tempo em que é aplicado um novo vector espacial de tensão, o vector espacial de fluxo ligado com o rotor permanecer sensivelmente inalterado, o que apenas se verifica devido a uma constante de tempo do rotor,  $\frac{L_r}{R_r}$ , na ordem das décimas de segundo face a períodos de comutação no ondulator tipicamente inferiores a um milissegundo. A situação pode ser ilustrada utilizando o circuito equivalente na figura 2.7, onde uma alteração da tensão de alimentação do circuito provoca uma reacção imediata na derivada do fluxo ligado com o estator, de acordo com a relação (3.1). Contudo, a derivada do fluxo ligado com o rotor reage mais lentamente devido aos coeficientes de dispersão do estator e rotor. Logo, considerando frequências de comutação no ondulator da ordem de kHz, é possível afirmar que o fluxo ligado com o rotor permanece inalterado perante variações do fluxo ligado com o estator, provocadas por aplicação de estados no ondulator.

Portanto, o controlo do binário electromagnético é possível através da aplicação de determinados vectores espaciais de tensão no estator mas assenta numa característica de construção da máquina assíncrona.

### 3.2 *Direct Torque (and Flux) Control*

Ao observar a figura 3.2 é possível concluir que, para determinada posição do vector espacial de fluxo ligado com o estator, nem todos os vectores espaciais de tensão possíveis permitem variar eficazmente o ângulo  $\theta_{rs}$  ou a amplitude do vector espacial de fluxo ligado com o estator. Esta observação leva a que seja necessário encontrar a relação óptima entre a localização no plano  $dq$  do vector espacial de fluxo ligado com o estator e o vector espacial de tensão no estator a aplicar.

$$S_k = \left\{ \Theta_k \in \mathbb{R} : (2k-3) \cdot \frac{\pi}{6} \leq \Theta_k \leq (2k-1) \cdot \frac{\pi}{6} \right\}, \quad k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (3.3)$$

A localização de  $\bar{\psi}_{dq_s}^s$  é feita a partir de seis sectores, onde cada sector se encontra centrado num dos possíveis vectores espaciais de tensão no estator, de acordo com (3.3). Os efeitos<sup>1</sup> da aplicação dos diferentes vectores espaciais de tensão no estator estão resumidos na tabela 3.1.

$\arg(\bar{\psi}_{dq_s}^s) \in S_k$	$\bar{U}_k$	$\bar{U}_{k+1}$	$\bar{U}_{k+2}$	$\bar{U}_{k+3}$	$\bar{U}_{k+4}$	$\bar{U}_{k+5}$	$\bar{U}_z$
$ \bar{\psi}_{dq_s}^s $	↑↑	↑	↓	↓↓	↓	↑	0
$T_e$	?	↑	↑	?	↓	↓	↓

Tabela 3.1: Impacto em  $|\bar{\psi}_{dq_s}^s|$  e  $T_e$  resultante da aplicação dos vectores espaciais de tensão no estator

Na tabela 3.1 é patente que a aplicação de certos vectores espaciais de tensão no estator produzem resultados que não são previsíveis pois dependem se o vector espacial de fluxo ligado com o estator está adiantado ou atrasado face ao vector espacial de tensão no estator. Esta questão pode ser resolvida introduzindo o sentido da velocidade mecânica do rotor como variável na escolha dos estados do ondulator a aplicar, como se pode ver na tabela 3.2.

$\arg(\bar{\psi}_{dq_s}^s) \in S_k$	$\bar{U}_k$	$\bar{U}_{k+1}$	$\bar{U}_{k+2}$	$\bar{U}_{k+3}$	$\bar{U}_{k+4}$	$\bar{U}_{k+5}$	$\bar{U}_z$
$ \bar{\psi}_{dq_s}^s $	↑↑	↑	↓	↓↓	↓	↑	0
$T_e (\omega_m > 0)$	↓	↑	↑	↓	↓↓	↓↓	↓
$T_e (\omega_m < 0)$	↑	↑↑	↑↑	↑	↓	↓	↑

Tabela 3.2: Impacto em  $|\bar{\psi}_{dq_s}^s|$  e  $T_e$  resultante da aplicação dos vectores espaciais de tensão no estator

<sup>1</sup>As setas que apontam para cima (↑) indicam um aumento da grandeza em questão, enquanto as que apontam para baixo (↓) indicam uma redução. O número de setas iguais em cada célula reflecte a intensidade da alteração. Existem também os casos de incerteza (?) e os casos de efeito negligenciável (0).

É relevante referir que, de acordo com as tabelas, nenhum dos estados do ondulator permite manter o binário. No entanto, os vectores espaciais que menos influenciam o fluxo e binário são os vectores espaciais nulos,  $\bar{U}_z$ .

A implementação conhecida por *Direct Torque (and Flux) Control*, concebida inicialmente por Takahashi e Noguchi [5] apesar de algumas semelhanças com outras técnicas [7], recorre a tabelas pré-determinadas como a tabela 3.1 ou 3.2 para escolher qual o vector espacial de tensão no estator a aplicar de modo a atingir valores de fluxo e binário de acordo com valores de referência. Os valores de referência de fluxo e binário são comparados com valores estimados das mesmas grandezas, dando origem aos sinais de erro,  $\Delta\psi$  e  $\Delta T_e$ . Cada sinal de erro é utilizado num controlador de histerese (ou *bang bang*) que dá origem a um sinal de saída consoante o posicionamento do erro em relação à banda de histerese de cada controlador, como se pode verificar na figura 3.3. Os sinais de saída dos controladores de fluxo e binário,  $\varepsilon_\psi$  e  $\varepsilon_{T_e}$ , estão de acordo com (3.4) e (3.5), respectivamente.

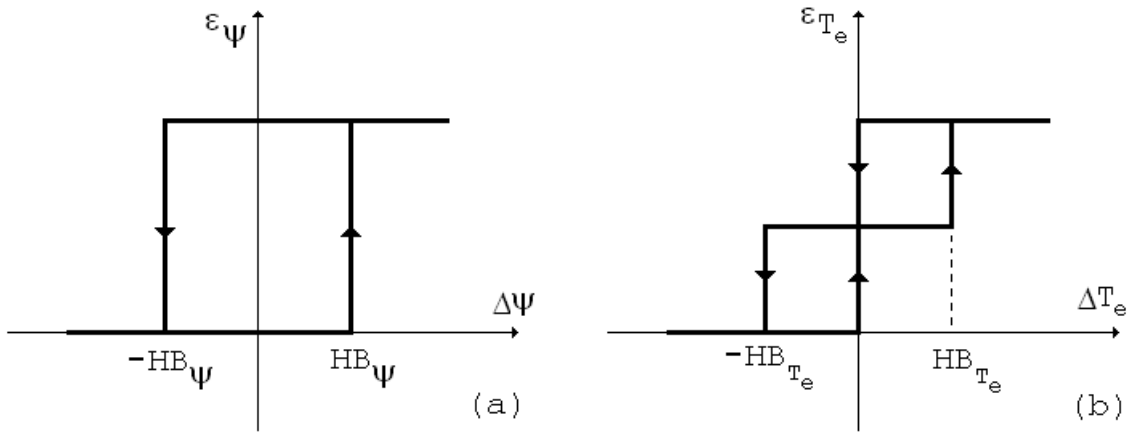


Figura 3.3: Característica de cada controlador de histerese: a) fluxo b) binário

$$\varepsilon_\psi = \begin{cases} 1 & , \Delta\psi = \psi^* - \psi > HB_\psi \\ 0 & , \Delta\psi = \psi^* - \psi < -HB_\psi \end{cases} \quad (3.4)$$

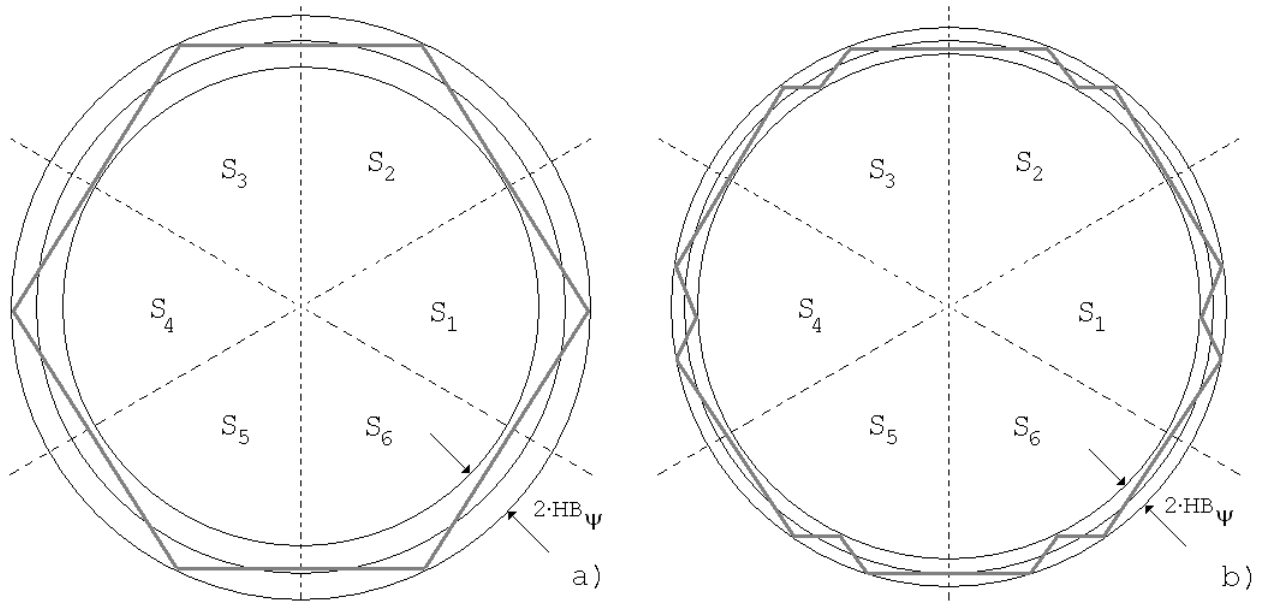
$$\varepsilon_{T_e} = \begin{cases} 2 & , \Delta T_e = T_e^* - T_e > HB_{T_e} \\ 1 & , -HB_{T_e} < \Delta T_e < HB_{T_e} \\ 0 & , \Delta T_e = T_e^* - T_e < -HB_{T_e} \end{cases} \quad (3.5)$$

Assim, se  $\varepsilon_\psi$  igualar 1, significa que a amplitude do vector espacial de fluxo ligado com o estator é baixa em relação à referência e portanto surge a necessidade de a aumentar. Por outro lado, caso  $\varepsilon_\psi$  iguale 0, surge a necessidade de reduzir a amplitude do vector espacial de fluxo ligado com o estator. Em relação à saída do controlador de binário,  $\varepsilon_{T_e}$ , o comportamento é idêntico ao descrito anteriormente, excepto no nível intermédio ( $\varepsilon_{T_e} = 1$ ) que equivale a um estado de erro aceitável onde interessa manter o nível de binário.

Os controladores de histerese de fluxo e binário possuem bandas de histerese  $HB_\psi$  e  $HB_{Te}$ , respectivamente. Estas correspondem, idealmente, ao erro ou desvio máximo da respectiva grandeza face ao valor de referência. Assim, os controladores produzem sinais de comando que determinam o estado do ondulator adequado para manter os sinais de fluxo e binário dentro da gama de erro tolerável.

A escolha do valor das bandas de histerese dos controladores de fluxo e binário tem uma influência bastante significativa na frequência de comutação, distorção das correntes, ondulação do binário e nas perdas verificadas na máquina.

Durante a operação do DTC, o vector espacial de fluxo ligado com o estator descreve uma trajectória aproximadamente circular no plano  $dq$ , resultado da constante monitorização da sua amplitude. A aproximação da trajectória a uma circunferência é tanto maior quanto mais estreita for a respectiva banda de histerese - ver figura 3.4. Contudo, uma banda de histerese estreita resulta numa frequência de comutação elevada, o que exige mais esforço ao ondulator, e portanto, traduz-se em maiores perdas de comutação e menor tempo de vida útil do ondulator. Por outro lado, uma banda de histerese larga, traduz-se em perdas na máquina causadas por conteúdo harmónico de baixa ordem. Em relação ao anel de binário, o comportamento é semelhante: uma banda de histerese estreita permite um binário electromagnético com baixa ondulação mas traduz-se em frequências de comutação elevadas.



$$(HB_\psi)_a > (HB_\psi)_b \Rightarrow f_a < f_b$$

Figura 3.4: Efeito da banda de histerese na trajectória de  $\overline{\psi}_{dq_s}^s$  e frequência de comutação

O sector em que se encontra o vector espacial de fluxo ligado com o estator e o sinal de saída de cada controlador são utilizados como índices de uma tabela de estados do ondulator, de forma a determinar qual o estado do ondulator a impor face a esses sinais de entrada. A tabela de estados não é única e a sua escolha tem influência na performance da máquina em regime dinâmico, no conteúdo harmónico de corrente e binário, na frequência de comutação e na capacidade de operar em dois ou quatro quadrantes [22].

Se for considerada a tabela de comportamentos 3.1, obtém-se uma tabela de estados do ondulator de três variáveis: fluxo, binário e sector - ver tabela 3.3. Por outro lado, se for considerada a tabela 3.2, obtém-se uma tabela de quatro variáveis: fluxo, binário, sector e sentido da velocidade. Na literatura é também

possível encontrar tabelas de comportamento que contemplem o efeito do valor da velocidade no algoritmo do DTC, por patamares de velocidade em unidades p.u. (por unidade) - ver [23] - mas por uma questão de simplicidade e brevidade, este aspecto será omitido neste estudo, assim como o sentido da velocidade.

$\varepsilon_\psi$	$\varepsilon_{T_e}$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
1	2	$\bar{U}_2$	$\bar{U}_3$	$\bar{U}_4$	$\bar{U}_5$	$\bar{U}_6$	$\bar{U}_1$
	1	$\bar{U}_0$	$\bar{U}_7$	$\bar{U}_0$	$\bar{U}_7$	$\bar{U}_0$	$\bar{U}_7$
	0	$\bar{U}_6$	$\bar{U}_1$	$\bar{U}_2$	$\bar{U}_3$	$\bar{U}_4$	$\bar{U}_5$
0	2	$\bar{U}_3$	$\bar{U}_4$	$\bar{U}_5$	$\bar{U}_6$	$\bar{U}_1$	$\bar{U}_2$
	1	$\bar{U}_7$	$\bar{U}_0$	$\bar{U}_7$	$\bar{U}_0$	$\bar{U}_7$	$\bar{U}_0$
	0	$\bar{U}_5$	$\bar{U}_6$	$\bar{U}_1$	$\bar{U}_2$	$\bar{U}_3$	$\bar{U}_4$

Tabela 3.3: Matriz de estados do inversor [3]

Ao observar a tabela 3.3 verifica-se que os estados nulos apenas são utilizados nas situações em que o binário electromagnético se encontra compreendido entre os limites da banda de histerese (isto é,  $\varepsilon_{T_e} = 1$ ), independentemente das circunstâncias em que o vector espacial de fluxo ligado com o estator se encontra. Logo, são utilizados nas situações em que interessa manter o nível de binário, o que está de acordo com o efeito dos estados nulos no binário electromagnético, visto serem aqueles que menos afectam o binário, apesar de este ter uma tendência para diminuir.

A estimação do binário e vector espacial de fluxo ligado com o estator podem ser realizadas através de vários métodos, nomeadamente através da expressão do binário electromagnético (2.54) e a equação de tensão do estator em coordenadas  $dq$  referidas ao referencial do estator. Deste modo, o único parâmetro da máquina que é necessário conhecer é a resistência no estator,  $R_s$ . Contudo, este parâmetro varia com a temperatura, o que se traduz numa resistência variável durante o funcionamento da máquina e cujo conhecimento é importante, em particular, para o regime de baixa velocidade.

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_s}^s \times \bar{i}_{dq_s}^s \right) = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \psi_{d_s}^s \cdot i_{q_s}^s - \psi_{q_s}^s \cdot i_{d_s}^s \right)$$

$$\bar{\psi}_{dq_s}^s = \int \left( \bar{u}_{dq_s}^s - R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s \right) \partial t$$

No entanto, o bloco estimador necessita de grandezas medidas de forma a obter os vectores espaciais elementares, nomeadamente o vector espacial de tensão no estator e o vector espacial de corrente no estator. Estes podem ser obtidos através da medição da tensão no barramento DC e de duas correntes no estator (admitindo que não existe condutor neutro).



$$\bar{u}_{dq_s}^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot U_{DC} \cdot \left( S_A + S_B \cdot e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3}} + S_C \cdot e^{j \cdot \frac{4 \cdot \pi}{3}} \right)$$

$$i_c = -i_a - i_b \quad (3.6)$$

$$\bar{i}_{dq_s}^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left( i_a + i_b \cdot e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3}} + i_c \cdot e^{j \cdot \frac{4 \cdot \pi}{3}} \right) \quad (3.7)$$

Assim, a topologia básica do DTC é a que está representada na figura 3.5.

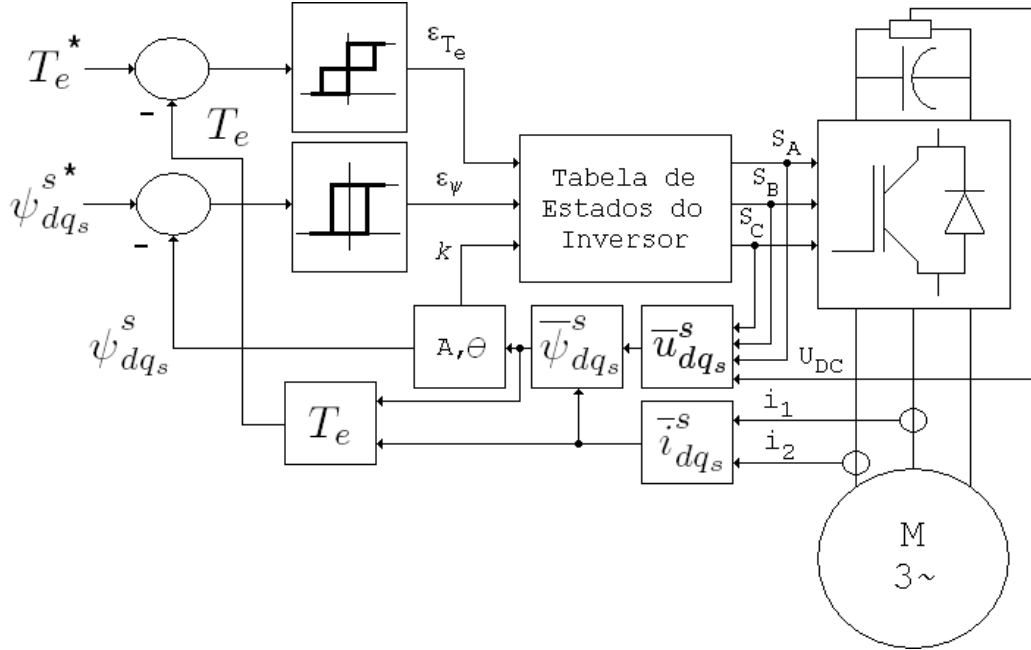


Figura 3.5: Diagrama básico de um controlador por DTC

O DTC permite um controlo desacoplado de fluxo e binário com boa resposta dinâmica, sobre-elevações mínimas, correntes absorvidas aproximadamente sinusoidais (trajectória circular de  $\bar{\psi}_{dq_s}^s$  no plano  $dq$ ) e robustez em relação aos parâmetros da máquina. No entanto, a regulação de fluxo e binário através de controladores de histerese torna a frequência de comutação dependente da velocidade do rotor e binário de carga, originando conteúdo harmónico de natureza imprevisível no binário e oscilações superiores às obtidas através de modulação PWM para a mesma frequência de comutação [9]. Por outro lado, em regime permanente, o princípio de funcionamento do DTC provoca sequências de comutação caóticas no ondulator, o que pode significar um esforço desigual entre os vários ramos do ondulator e assim reduzir o tempo de vida do ondulator.

É importante reparar que o DTC não necessita do sinal de velocidade da máquina, ao contrário do FOC convencional, para obter o controlo do binário. No entanto, de modo a tornar o controlo mais intuitivo para o ser humano, é comum introduzir um controlador que atribui a referência de binário e fluxo a partir de um erro de velocidade entre uma referência e um sinal da velocidade instantânea da máquina, sendo designado por controlador de velocidade.

### 3.3 Direct Self-Control

Em 1985, foi introduzido por Depenbrock, um método de controlo para accionamentos de velocidade variável de elevada potência denominado *Direct Self Control* [6, 7]. Este método tem semelhanças com o DTC, nomeadamente por ser possível obter o mesmo comportamento com o DTC [24], mas apesar de ter surgido na mesma altura, tem uma abordagem diferente. O funcionamento do DSC equivale ao funcionamento do método de *condução por 180°* mas, para velocidades inferiores à velocidade nominal, são introduzidos estados nulos na sequência de comutação. Logo, é um método que não recorre a elevadas frequências de comutação para obter um bom desempenho, tanto em regime permanente como em regime dinâmico. A frequência de comutação obtida é proporcional ao rácio entre tensão no barramento DC,  $U_{DC}$ , e o fluxo de referência,  $\psi_{ref}$ , de acordo com (3.8) para tensões compostas e (3.9) para tensões simples.

$$f_s = \frac{1}{4 \cdot \sqrt{3}} \cdot \frac{U_{DC}}{\psi_{ref}} \quad (3.8)$$

$$f_s = \frac{1}{6} \cdot \frac{U_{DC}}{\psi_{ref}} \quad (3.9)$$

Na sua versão básica, o DSC recorre a integrais temporais das tensões (simples ou compostas), conhecidos por *fluxos virtuais*, para depois os comparar com um valor de referência,  $\psi_{ref}$ , através controladores de histerese, onde a referência é proporcional à banda de histerese - ver figura 3.6. Deste modo, o resultado são três variáveis que em conjunto representam o estado seguinte do ondulador, e consegue-se que a máquina seja controlada sem necessitar de sinais externos, ou seja, controlando-se a si mesma.

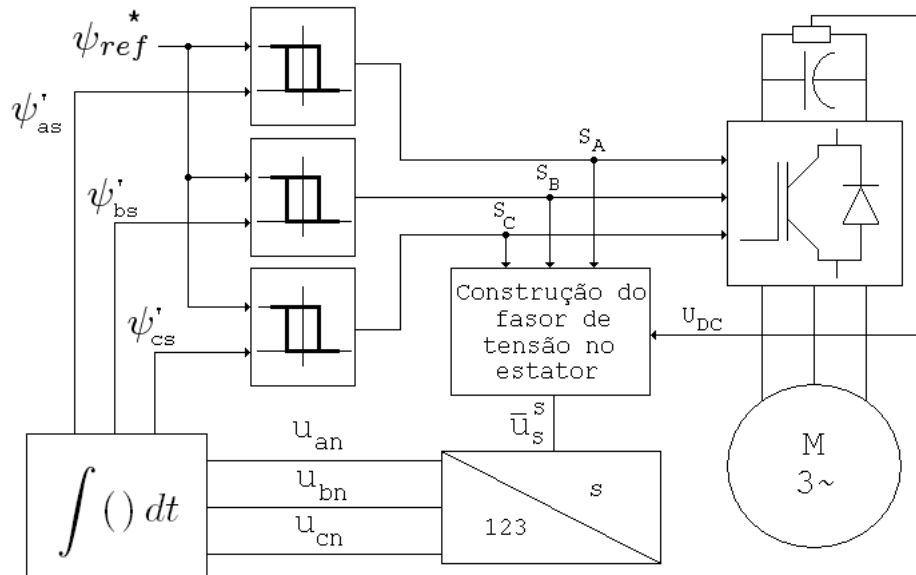


Figura 3.6: Diagrama de blocos da versão básica do DSC

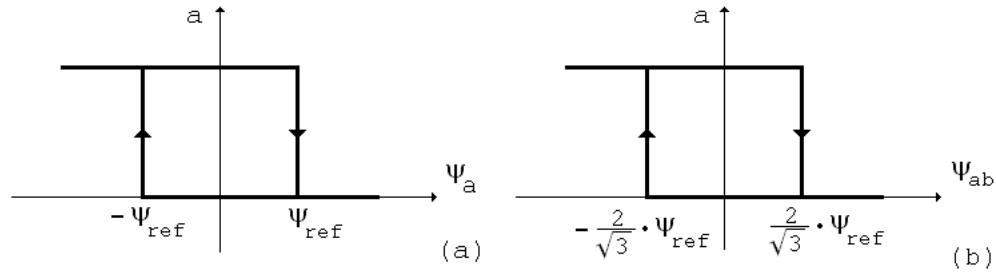


Figura 3.7: Característica dos controladores de histerese: a) tensões simples b) tensões compostas

Na sua versão avançada, o DSC recorre a uma integração do vector espacial de força electromotriz do estator e converte esse valor nos valores de fluxo em cada fase através da transformação  $dq/abc$  (transformação  $dq$  inversa). Estes valores são utilizados em controladores de histerese que produzem os valores de referência das variáveis de estado do ondulator. O binário é controlado em anel fechado através de um controlador de histerese semelhante ao do DTC e a saída deste é utilizada para determinar o aparecimento de estados nulos no ondulator.

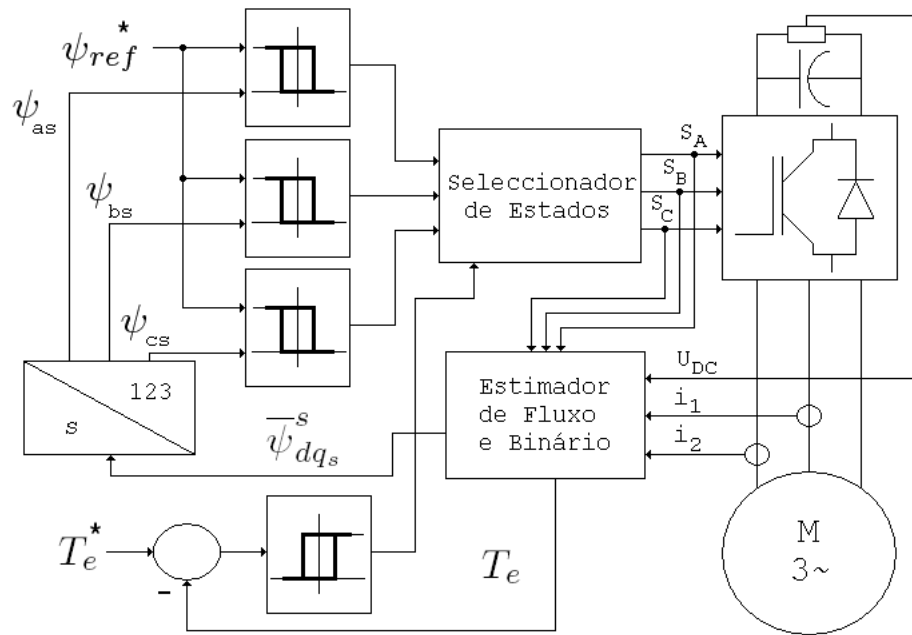


Figura 3.8: Diagrama de blocos do DSC

O DSC é uma solução simples, facilmente implementada através de hardware analógico, robusta em relação aos parâmetros da máquina, que não recorre a transformações de coordenadas para referenciais em movimento e que consegue operar a baixas frequências de comutação, tornando-se ideal para aplicações de elevada potência. No entanto, a sua frequência de comutação é dependente da velocidade e binário de carga, o que pode dar origem a ruído, interferência e outros aspectos difíceis de prever [9]. Existem também, outros aspectos negativos, como conteúdo harmónico de baixa ordem devido à trajectória hexagonal do vector espacial de fluxo ligado com o estator no plano  $dq$ , ou a dificuldade de integrar o vector espacial de força electromotriz do estator a baixas velocidades.

### 3.4 Space Vector Direct Torque Control

O melhoramento mais notório feito ao DTC, conhecido por *Space Vector Direct Torque Control* (DTC-SVM) [25, 23], abdica da abordagem qualitativa dos controladores de histerese e portanto, envolve alteração da topologia do DTC clássico. A sequência de estados a impor no ondulator é determinada por modulação vectorial, a partir de uma referência (vector espacial de tensão no estator) gerada através de uma topologia de controlo de acordo com as equações da máquina, normalmente num referencial  $dq$  alinhado com o vector espacial de fluxo ligado com o estator.

O vector espacial de fluxo ligado com o estator, num referencial em movimento alinhado com o próprio vector espacial de fluxo ligado com o estator, traduz-se num número real, de acordo com (3.10).

$$\begin{cases} \psi_{d_s}^m &= \bar{\psi}_{dq_s}^m \\ \psi_{q_s}^m &= 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

Assim, ao dividir (2.31) em parte real e imaginária, vem:

$$\begin{cases} u_{d_s}^m &= R_s \cdot i_{d_s}^m + \frac{\partial}{\partial t} (\psi_{d_s}^m) \\ u_{q_s}^m &= R_s \cdot i_{q_s}^m + \omega_e \cdot \psi_{d_s}^m \end{cases} \quad (3.11)$$

Substituindo (3.10) em (2.55), obtém-se o binário electromagnético como:

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_s}^m \times \bar{i}_{dq_s}^m \right) = \frac{3}{2} \cdot p \cdot (\psi_{d_s}^m \cdot i_{q_s}^m - \psi_{q_s}^m \cdot i_{d_s}^m) = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \psi_{d_s}^m \cdot i_{q_s}^m \quad (3.12)$$

Reescrevendo (3.12), obtém-se:

$$i_{q_s}^m = \frac{2}{3} \cdot \frac{T_e}{p \cdot \psi_{d_s}^m} \quad (3.13)$$

Substituindo a componente em quadratura do vector espacial de corrente no estator no referencial em movimento (3.13) no sistema (3.11), vem:

$$\begin{cases} u_{d_s}^m &= R_s \cdot i_{d_s}^m + \frac{\partial}{\partial t} (\psi_{d_s}^m) \\ u_{q_s}^m &= R_s \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{T_e}{p \cdot \psi_{d_s}^m} + \omega_e \cdot \psi_{d_s}^m \end{cases} \quad (3.14)$$

É possível observar em (3.14) que o vector espacial de fluxo no estator depende essencialmente da componente directa do vector espacial de tensão no estator, enquanto o binário está directamente relacionado com a componente em quadratura do vector espacial de tensão no estator. Logo, a utilização de um referencial em movimento alinhado com o vector espacial de fluxo ligado com o estator permite escrever o binário como (3.12) e deste modo, relacionar o fluxo e o binário (de referência) com as componentes directa e em quadratura do vector espacial de tensão no estator. A topologia da figura 3.9 é uma das possíveis implementações do DTC-SVM.

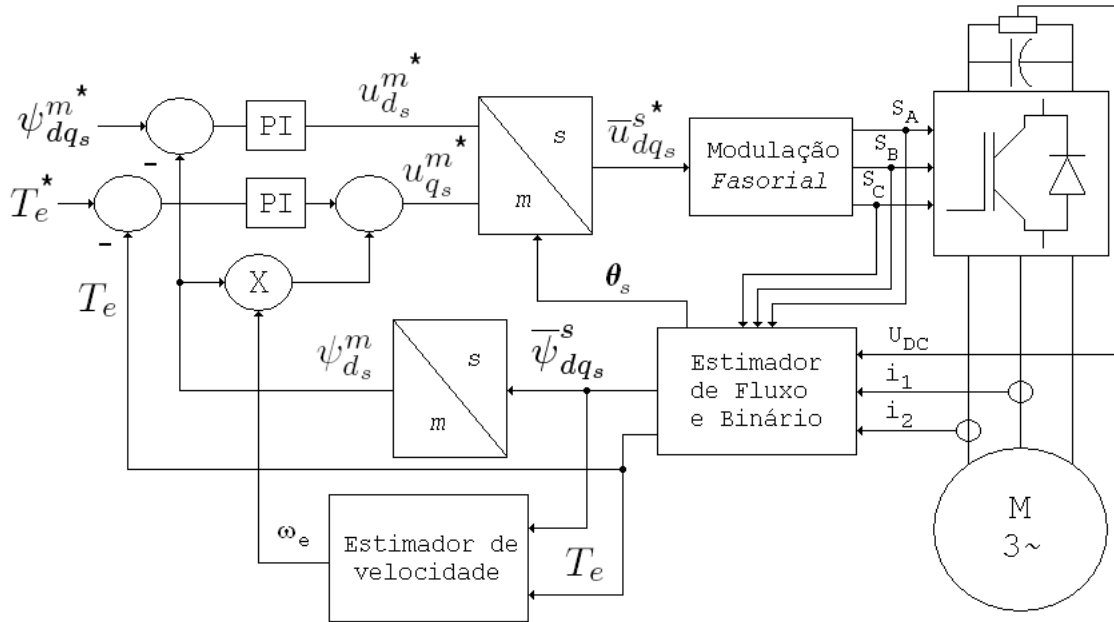


Figura 3.9: Diagrama de blocos do DTC - SVM

Na figura 3.9, são utilizados controladores PI para fechar os anéis de controlo de binário e fluxo de um modo algo similar ao DFOC e, com o objectivo de melhorar a resposta, soma-se o termo  $\omega_e \cdot \psi_{ds}^m$  à saída do controlador de binário, e este somatório equivale à componente em quadratura do vector espacial de tensão no estator no referencial  $dq$  em movimento alinhado com o vector espacial de fluxo ligado com o estator.

O módulo de modulação vectorial recebe como entrada/referência um vector espacial de tensão no estator no referencial  $dq$  do estator, logo é necessário proceder à transformação inversa, de um referencial  $dq$  em movimento para o referencial  $dq$  do estator, antes de fornecer o vector espacial obtido ao módulo.

A utilização desta solução traduz-se numa operação a frequência (de comutação) sensivelmente constante, devido à utilização de modulação vectorial, e numa melhoria do desempenho em regime permanente em relação ao DTC clássico, o que pode ser explicado pela ausência dos controladores de histerese, responsáveis pelas sequências de comutação imprevisíveis e introdução de pulsações no binário em regime permanente. No entanto, em relação ao regime transitório, esta solução apresenta resultados inferiores ao DTC clássico, pois perante alterações rápidas das referências, a tensão pedida ao ondulator pode superar a tensão máxima que este suporta, o que limita a capacidade de resposta do accionamento e pode provocar a colagem (em inglês, *windup*) dos integradores dos controladores PI, deteriorando ainda mais a capacidade de resposta.

Na literatura é possível encontrar autores - ver [26] - que souberam tirar partido de conclusões semelhantes às do parágrafo anterior e propuseram soluções híbridas que aproveitam o melhor que cada abordagem oferece, isto é, o desempenho do DTC-SVM em regime permanente e o desempenho do DTC clássico em regime dinâmico, ou seja, quando a tensão pedida ao módulo SVM é superior à tensão máxima. O desempenho desta solução é tanto melhor quanto melhor for a escolha do ponto de transição entre SVM e DTC, ou seja, a tensão limite. Em [26], o ponto pode variar entre  $\frac{3}{2} \cdot U_{DC}$  e  $2 \cdot U_{DC}$ , valor este a partir do qual os controladores PI realizam a anti-colagem.

Em [25], os autores sugerem uma abordagem *deadbeat* para alcançar os valores pretendidos de binário e fluxo em apenas um período de amostragem. Para tal, as variações (entenda-se, erros) de binário e fluxo são previstas a partir das equações da máquina e o vector espacial de tensão no estator a aplicar é determinado resolvendo uma equação de segunda ordem, que recorre aos erros previstos. À semelhança do que é feito em [26], em regime dinâmico, opera o DTC clássico, o que possibilita uma melhor resposta dinâmica.

### 3.5 Estado da Arte

Nesta secção pretende-se ilustrar as tendências actuais na investigação relacionada com o DTC.

#### 3.5.1 Funcionamento a baixa velocidade ( $\omega_s \simeq 0$ )

Em conformidade com o que foi referido anteriormente, pode ser dito que a operação do DTC depende da qualidade da estimação de binário electromagnético e vector espacial de fluxo ligado com o estator, i.e., se estas estimações não forem adequadas, o controlo não é possível. A estimação do binário electromagnético está dependente da estimação do vector espacial de fluxo ligado com o estator, logo, esta última é determinante para o funcionamento do DTC. Contudo, é precisamente o vector espacial do fluxo ligado com o estator que se torna difícil de estimar a baixa velocidade.

De acordo com (3.15), este vector espacial é dado pelo integral temporal da diferença entre o vector espacial de tensão no estator,  $\bar{u}_{dq_s}^s$ , e o vector espacial que representa a queda de tensão no estator devido à resistência dos enrolamentos,  $R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s$ .

$$\bar{\psi}_{dq_s}^s = \int (\bar{u}_{dq_s}^s - R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s) \partial t \quad (3.15)$$

A qualidade da estimação depende de uma amostragem correcta das correntes na máquina e uma reconstrução adequada do vector espacial de tensão no estator. Contudo, esta tarefa é dificultada por erros de fase provocados pelos sensores utilizados, erros de amplitude devido a andares intermédios, erros causados por componentes DC indesejadas nos sinais e erros de quantização no ADC. Por outro lado, a estimação é dificultada pelos problemas relacionados com a integração de sinais, neste caso, a força contra electromotriz. Os integradores estão sujeitos a erros devido a componentes DC e valores iniciais imprevisíveis.

As componentes DC, ao serem integradas ao longo do tempo, podem causar a saturação no integrador, o que é indesejável, pois causa distorção do sinal.

O problema dos valores iniciais pode ser facilmente entendido a partir de gráficos. Na figura 3.10, um sinal sinusoidal de tensão cujo valor inicial não corresponde ao máximo ou mínimo, é integrado. O resultado é um sinal com uma componente DC que não representa a evolução do vector espacial de fluxo nas máquinas AC. Logo, este comportamento do integrador puro deve ser corrigido.

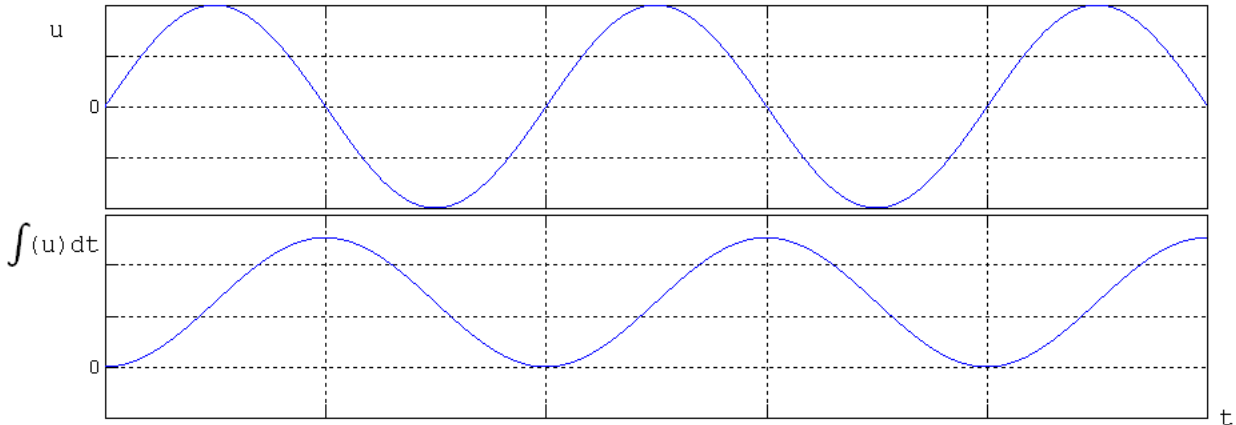


Figura 3.10: Evolução temporal de um integrador puro

A solução mais simples para estes problemas na integração é a utilização de filtros passa-baixo. No entanto, esta solução tem a desvantagem de introduzir erros de fase e amplitude, particularmente se a máquina funcionar abaixo da frequência de corte do filtro.

Em [2], são propostas alternativas que lidam com os problemas anteriores, partindo da utilização de um filtro passa-baixo. O conceito passa por compensar o sinal integrado por retroacção, caso este apresente componentes DC. A detecção de componentes DC é feita a partir da relação de ortogonalidade entre os vectores espaciais de fluxo ligado com o estator e força contra electromotriz no estator. A não verificação desta relação traduz-se num vector espacial de erro com amplitude  $\delta_{PI}$ , que é utilizado para gerar o sinal de retroacção. A solução proposta apresenta bons resultados, em particular a baixas frequências (0,5 Hz, [2]) e mesmo perante inversões do sentido da velocidade.

$$\delta_{PI} = \frac{\psi_{d_s}^s \cdot (u_{d_s}^s - R_s \cdot i_{d_s}^s) + \psi_{q_s}^s \cdot (u_{q_s}^s - R_s \cdot i_{q_s}^s)}{\psi_{dq_s}^s} \quad (3.16)$$

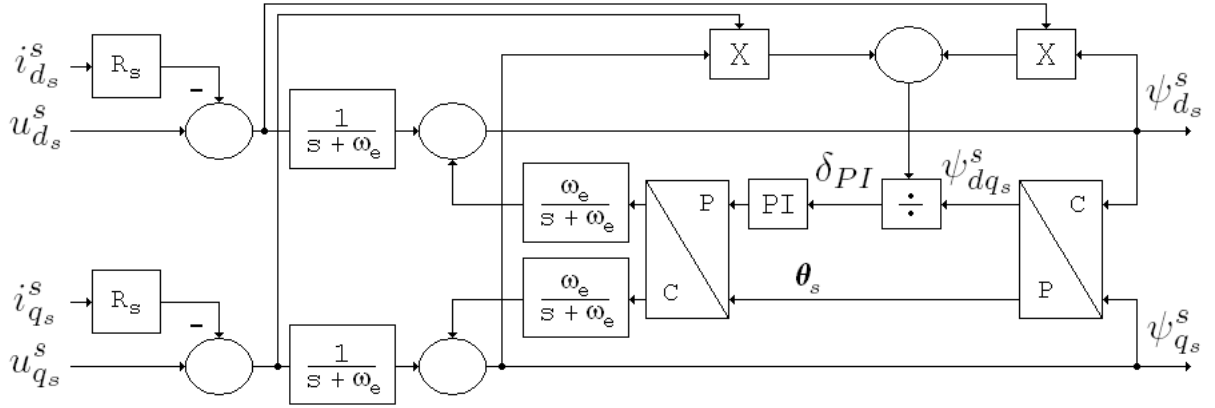


Figura 3.11: Diagrama de blocos do estimador de fluxo proposto em [2]

Contudo, assumindo uma integração adequada, isto é, ideal, a estimação do vector espacial de fluxo ligado com o estator continua a não ser perfeita. Em regime nominal, isto é, a frequência nominal, não é necessário um conhecimento rigoroso de  $R_s$  para a estimação do vector espacial de fluxo ligado com o estator, pois a diferença entre a ordem de grandeza dos termos em (3.15) é tal que oculta um eventual erro na medição de  $R_s$ .

$$\omega_s \gg 0 \Rightarrow \bar{u}_{dq_s}^s \gg R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s \quad (3.17)$$

No entanto, à medida que a frequência do estator se aproxima de zero, as ordens de grandeza do vector espacial de tensão no estator e a queda de tensão no estator são tais que o erro na medição da resistência do estator se faz sentir na estimação do vector espacial de fluxo ligado. A medição rigorosa da resistência dos enrolamentos é complicada, pois a resistência dos enrolamentos varia com a temperatura e portanto, durante o funcionamento da máquina. Logo, para operações a baixa velocidade, a determinação de  $R_s$  não pode estar limitada a uma simples medição a frio.

A resolução do problema depende de uma modelação adequada do comportamento térmico da máquina assíncrona. Na literatura, a modelação pode ser feita linearmente [27], por lógica difusa (*fuzzy logic*) [28], através de inteligência artificial (redes neuronais, algoritmos genéticos, etc) ou pode ser feita por estimação em tempo real da resistência do estator.

### 3.5.2 Funcionamento sem sensores (de velocidade)

Os accionamentos de velocidade variável com controlo de velocidade necessitam do conhecimento da posição ou velocidade do rotor de modo a fechar o anel de controlo. Este sinal pode ser obtido a partir de sensores colocados na máquina ou por estimação. A estimação da velocidade a partir de grandezas eléctricas medidas e equações da máquina permite reduzir o custo e tamanho do equipamento, mantendo a simplicidade e robustez da máquina assíncrona (de gaiola de esquilo). No entanto, a estimação a muito baixa velocidade torna-se problemática e limita a gama de funcionamento sem sensores dos accionamentos que a empregam.

$$\bar{u}_{dq_s}^m = R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^m + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\psi}_{dq_s}^m) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_s}^m \cdot \omega_1 \quad (3.18)$$

$$0 = R_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^m + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\psi}_{dq_r}^m) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \cdot (\omega_1 - \omega) \quad (3.19)$$

Considerando  $\bar{\psi}_{dq_r}^m$  e  $\bar{i}_{dq_s}^m$  como variáveis de estado, podem-se reescrever as equações do estator e rotor num referencial  $dq$  em movimento, (3.18) e (3.19), respectivamente, como:

$$\frac{1}{r_\sigma} \cdot \bar{u}_{dq_s}^m + \frac{k_r}{r_\sigma \cdot \tau_r} \cdot (1 - j \cdot \omega \cdot \tau_r) \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m - j \cdot \tau_\sigma \cdot \bar{i}_{dq_s}^m \cdot \omega_1 = \bar{i}_{dq_s}^m + \tau_\sigma \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\bar{i}_{dq_s}^m) \quad (3.20)$$

$$L_M \cdot \bar{i}_{dq_s}^m - j \cdot \tau_r \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \cdot (\omega_1 - \omega) = \bar{\psi}_{dq_r}^m + \tau_r \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\psi}_{dq_r}^m) \quad (3.21)$$

Aplicando a transformada de Laplace a (3.21), é possível escrever  $\bar{\psi}_{dq_r}^m$  em função de  $\bar{i}_{dq_s}^m$ :

$$\bar{\psi}_{dq_r}^m = \frac{L_M}{1 + s \cdot \tau_r + j \cdot \tau_r \cdot (\omega_1 - \omega)} \cdot \bar{i}_{dq_s}^m \quad (3.22)$$

Agora, considere-se o efeito de (3.22) em (3.20), através do termo  $\bar{\psi}_{dq_r}^m = (1 - j \cdot \omega \cdot \tau_r) \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m$ . Este termo reflecte, em (3.20), a influência da velocidade do rotor na equação do estator.

$$\bar{\psi}_{dq_r}^m = \frac{(1 - j \cdot \omega \cdot \tau_r) \cdot L_M}{1 + s \cdot \tau_r + j \cdot (\omega_1 - \omega) \cdot \tau_r} \cdot \bar{i}_{dq_s}^m \quad (3.23)$$

Se considerarmos o referencial  $dq$  do estator ( $\omega_1 = 0$ ) e à medida que a frequência  $\omega_s$  se aproxima de zero ( $s \rightarrow 0$ ), tem-se que:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \bar{\psi}_{dq_r}^m = L_M \cdot \bar{i}_{dq_s}^m \quad (3.24)$$

O limite (3.24) permite concluir que (3.23) não afecta a equação do estator perante alterações da velocidade do rotor, com frequência no estator nula. Logo, a velocidade do rotor,  $\omega$ , não é observável a frequência nula. Contudo, a frequências próximas de zero, o vector espacial  $\bar{\psi}_{dq_r}^m$  reflecte alterações da velocidade do rotor, ainda que estas sejam cada vez mais ténues à medida que a frequência se aproxima de zero. Por outro lado, se forem consideradas as medições imperfeitas de parâmetros e presença de ruído, o valor mínimo da frequência do estator que permite observar a velocidade do rotor não pode ser zero, mas um valor próximo e superior [29].



## Capítulo 4

# Simulações

Neste capítulo, descrevem-se as particularidades do modelo utilizado nas simulações, assim como as características das diferentes simulações realizadas. Finalmente, fazem-se comentários aos resultados obtidos.

### 4.1 Modelo

O modelo, desenvolvido na íntegra a partir de blocos elementares do MATLAB/SIMULINK, segue as indicações referidas no capítulo 3 mas inclui o anel de controlo de velocidade (quando necessário), contadores de comutações, lógica adicional para o arranque e um algoritmo para minimizar o número de comutações devido a estados nulos. O diagrama de blocos do modelo é visível na figura 4.1.

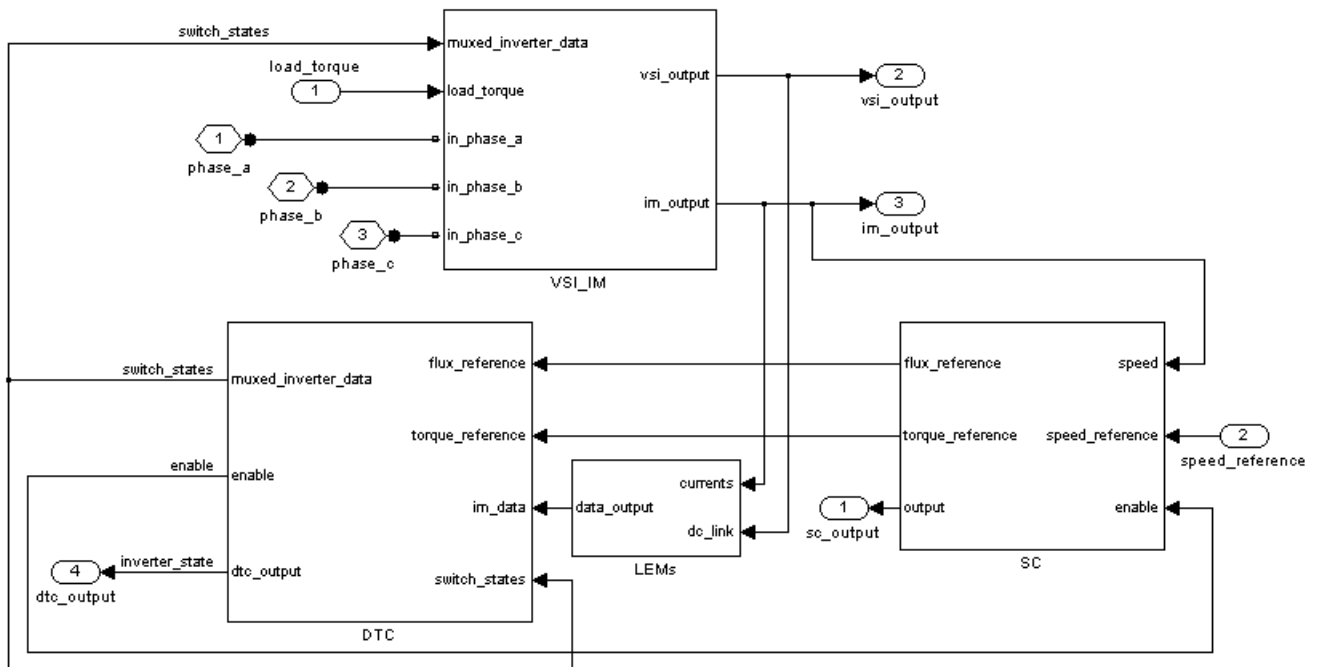


Figura 4.1: Diagrama do modelo implementado

### 4.1.1 Controlador de velocidade

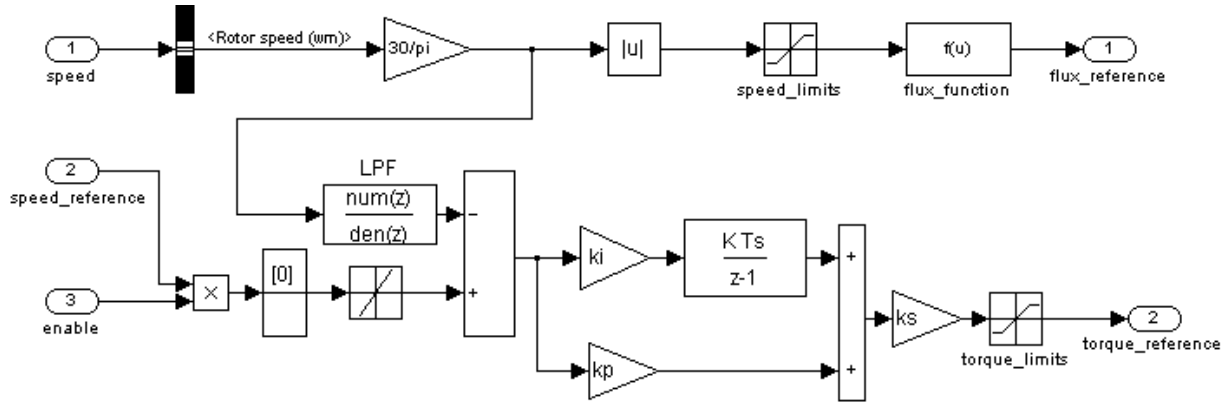


Figura 4.2: Diagrama de blocos do controlador de velocidade

A função do controlador de velocidade, cujo diagrama de blocos se pode ver na figura 4.2, é fornecer referências de binário e fluxo aos controladores de histerese previstos no diagrama de blocos do DTC, como foi visto anteriormente. A referência de binário é gerada através de um anel de controlo em velocidade cujo erro é fornecido a um controlador PI, implementado sem a função de anti-colagem. A saída deste controlador é limitada por um valor (absoluto) máximo correspondente à soma do valor do binário nominal com o valor da banda de histerese do controlador de binário.

Por outro lado, a referência de fluxo é gerada através de uma função de fluxo em função da velocidade. Geralmente, o fluxo é mantido constante e com valor nominal para velocidades sub-síncronas, enquanto que a velocidades supra-síncronas, o valor de fluxo é inversamente proporcional à velocidade - enfraquecimento do campo. No entanto, as soluções comerciais apresentadas pela ABB possuem diferentes funções de fluxo que são utilizadas para optimização da operação e para efectuar travagens controladas entre duas velocidades (não nulas) [30].

### 4.1.2 Módulo de arranque

O DTC é um método de controlo que recorre a dois anéis de controlo, fluxo e binário. No entanto, se o anel de fluxo não estiver de acordo com a sua referência, o controlo do binário é lento ou impossível. Esta situação pode acontecer se a referência de fluxo variar (i.e., a velocidades supra-síncronas ou no arranque), e é facilmente evitada no arranque e para tal, impede-se o funcionamento dos anéis de controlo até que a máquina esteja magnetizada, ou seja, até que o fluxo atinja o nível pretendido - o fluxo nominal. O fluxo nominal pode ser atingido impondo um estado no ondulator com um determinado ciclo de trabalho, e uma vez atingido o nível pretendido, o controlo passa para os anéis de binário e fluxo.

### 4.1.3 Módulo de Optimização

O módulo de optimização tem o objectivo de reduzir o número de comutações, escolhendo um estado nulo com menor número de comutações do que o estado nulo inicialmente atribuído pela tabela de estados. Admite-se, portanto, que ambos os estados nulos,  $\bar{U}_0$  e  $\bar{U}_7$ , produzem o mesmo efeito na máquina, e que a escolha de um ou outro só influencia o número de comutações necessárias.

O módulo actua, quando:

- um estado nulo original implica maior número de comutações e é precedido de um estado activo;
- um estado nulo é precedido de um estado nulo distinto.

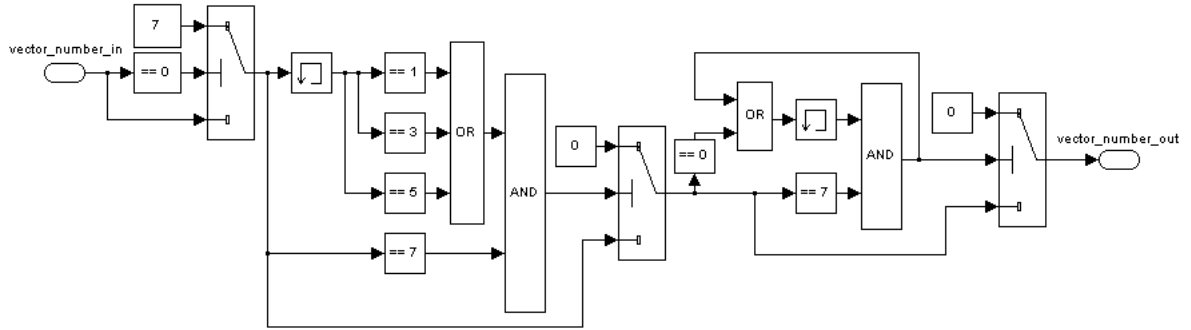


Figura 4.3: Diagrama de blocos do módulo de optimização

	$\bar{U}_0$	$\bar{U}_1$	$\bar{U}_2$	$\bar{U}_3$	$\bar{U}_4$	$\bar{U}_5$	$\bar{U}_6$	$\bar{U}_7$
$\bar{U}_0$	0	1	2	1	2	1	2	3
$\bar{U}_1$	1	0	1	2	3	2	1	2
$\bar{U}_2$	2	1	0	1	2	3	2	1
$\bar{U}_3$	1	2	1	0	1	2	3	2
$\bar{U}_4$	2	3	2	1	0	1	2	1
$\bar{U}_5$	1	2	3	2	1	0	1	2
$\bar{U}_6$	2	1	2	3	2	1	0	1
$\bar{U}_7$	3	2	1	2	1	2	1	0

Tabela 4.1: Número total de comutações entre estados do ondulador

A transição de um estado não nulo para um estado nulo (e vice-versa) pode necessitar de duas comutações no máximo - ver tabela 4.1. Contudo, ao utilizar o módulo, apenas é necessária uma comutação para a transição de um estado não nulo para um estado nulo, mas a transição de um estado nulo para um estado

não nulo, não é afectada, e pode acarretar duas comutações. O módulo também evita transições directas entre estados nulos diferentes, operação esta que representa o maior número de comutações entre dois estados.

	$\bar{U}_X \rightarrow \bar{U}_N$	$\bar{U}_N \rightarrow \bar{U}_Y$	$\bar{U}_X \rightarrow \bar{U}_Y$	$\bar{U}_N \rightarrow \bar{U}_N$
s/ módulo	2	2	3	3
c/ módulo	1	2	3	0

Tabela 4.2: Número máximo de comutações em cada transição

Na tabela 4.2 é observável que a introdução deste módulo evita comutações desnecessárias e assim deverá possibilitar um maior tempo de vida do ondulator. A sua utilização deve ser útil caso a banda de histerese do controlador de binário seja larga, pois tal situação permite uma maior incidência de estados nulos. Por exemplo, se a banda de histerese for nula, os estados nulos não são seleccionados porque não se verifica o estado intermédio ( $\varepsilon_{T_e} = 1$ ). Contudo, ao aumentar a banda de histerese, o binário pode variar rapidamente o suficiente para que este passe directamente de uma situação de défice ou excesso de binário para uma situação de excesso ou défice de binário, respectivamente, evitando o estado intermédio. No entanto, a partir de um determinado valor de banda de histerese as variações do binário são insuficientemente rápidas para evitar a ocorrência de estados nulos, o que se deve traduzir numa maior incidência de estados nulos.

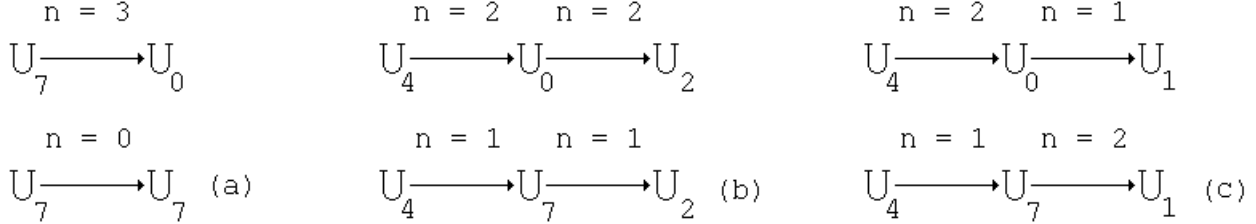


Figura 4.4: Exemplos de sequências de transições

Na situação representada na figura 4.2b, a intervenção do módulo permite evitar duas comutações, uma em cada transição. Por outro lado, o exemplo da figura 4.2c representa o pior caso de utilização do módulo, uma vez que a sua utilização não se traduz em qualquer benefício, mas ao mesmo tempo, também não aumenta o número de comutações. Repare-se que na primeira transição ( $\bar{U}_4 \rightarrow \bar{U}_0$ ), o módulo escolhe um estado nulo diferente daquele que é atribuído pela tabela ( $\bar{U}_4 \rightarrow \bar{U}_7$ ), e consegue evitar a comutação de um dos braços do ondulator. No entanto, a transição seguinte ( $\bar{U}_7 \rightarrow \bar{U}_1$ ) implica um número de comutações superior ao número de comutações que seria necessário se o módulo não tivesse actuado ( $\bar{U}_0 \rightarrow \bar{U}_1$ ). Esta linha de pensamento admite que o estado a impor no ondulator é o mesmo independentemente do estado nulo que o precede, e está de acordo com o que foi dito anteriormente em relação ao efeito dos estados nulos. Assim, nesta situação, o número total de comutações no fim destas das duas transições é o mesmo, com ou sem actuação do módulo. A única diferença está no tempo de processamento despendido para tomar a decisão, que é superior ao tempo despendido caso o módulo não existisse.

A apreciação do módulo, de um ponto de vista teórico, é positiva. Contudo, o módulo só se torna influente mediante uma elevada incidência de estados nulos, já que este não afecta estados activos.

## 4.2 Simulações

O objectivo das simulações é comprovar o desempenho do método de controlo, e para tal realizaram-se simulações/ensaios com características distintas:

- Regime 1 - Ensaio sem controlo de velocidade, com um controlador de binário de dois níveis<sup>1</sup>;
- Regime 2 - Ensaio sem controlo de velocidade, com um controlador de binário de três níveis;
- Regime 3 - Ensaio com controlo de velocidade, a velocidade nominal;
- Regime 4 - Ensaio com controlo de velocidade, a metade da velocidade nominal;
- Regime 5 - Ensaio com controlo de velocidade, a um décimo da velocidade nominal;
- Regime 6 - Ensaio com controlo de velocidade, a velocidade variável de acordo com uma referência sinusoidal, com amplitude igual à velocidade nominal.

As simulações em cada um dos regimes de funcionamento referidos foram repetidas para diferentes valores das bandas de histerese,  $HB_\psi$  e  $HB_{T_e}$ , de forma a poder relacionar os valores adoptados com o desempenho obtido, em particular a frequência de comutação. Os valores das bandas de histerese foram atribuídos a partir dos rácios  $R_\psi$  e  $R_{T_e}$ , que se relacionam com os valores nominais de fluxo e binário da máquina de acordo com (4.1) e (4.2), de forma a generalizar os resultados obtidos, à semelhança do que foi feito em [22].

$$R_\psi = \frac{HB_\psi}{\psi_{nom}} \quad (4.1)$$

$$R_{T_e} = \frac{HB_{T_e}}{T_{nom}} \quad (4.2)$$

Em relação à influência da banda de histerese de cada controlador no desempenho do DTC, é necessário ter em consideração as imperfeições da implementação discreta dos controladores de histerese, isto é, um controlador só se comporta como o seu congénere analógico caso a seguinte condição seja satisfeita:

$$2 \cdot HB_X = 2 \cdot R_X \cdot X_{nom} \gg \left( \left| \frac{\partial X}{\partial t} \right| \right)_{MAX} \cdot T_s \quad (4.3)$$

A inequação (4.3) representa a condição para que a variável de controlo  $X$  não percorra toda a banda de histerese do respectivo controlador em apenas um período de amostragem, ou seja, se a condição se verificar, o erro da variável de controlo fica sensivelmente contido na banda de histerese do respectivo controlador. Caso a condição não se verifique, o valor da banda de histerese tem uma influência limitada no erro máximo verificado. Esta condição é útil para determinar os valores das bandas de histerese dos controladores de fluxo e binário que optimizam o desempenho do algoritmo. Assim, para um período de amostragem de  $20 \mu s$  e considerando que o máximo da derivada do binário em ordem ao tempo corresponde à melhor resposta dinâmica verificada, obtém-se o valor mínimo da banda de histerese e consequentemente, o valor mínimo recomendável para o rácio de binário:

$$R_{T_e} \gg R_{T_{MIN}} = \left( \left| \frac{\partial T_e}{\partial t} \right| \right)_{MAX} \cdot \frac{T_s}{2 \cdot T_{nom}} = \left| \frac{0 - 3,71}{0,25 \cdot 10^{-3}} \right| \cdot \frac{20 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3,71} = 0,04 \quad (4.4)$$

<sup>1</sup>As simulações sem controlo de velocidade, com dois controladores de binário distintos, isto é, regimes 1 e 2, destinam-se a tentar perceber e justificar a razão pela qual se optou originalmente pelo controlador de três níveis. Ver [4, 5].

Admitindo que a queda de tensão nos enrolamentos do estator tem uma contribuição mínima para a derivada do vector espacial de fluxo ligado com o estator, tem-se:

$$\left| \frac{\partial \psi_s}{\partial t} \right| = |\bar{u}_{dq_s}^s - R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s| \simeq |\bar{u}_{dq_s}^s| \quad (4.5)$$

Logo, o valor mínimo recomendável para o rácio de fluxo é dado por:

$$R_{\psi_s} \gg R_{\psi_{MIN}} = \left( \left| \frac{\partial \psi_s}{\partial t} \right| \right)_{MAX} \cdot \frac{T_s}{2 \cdot \psi_{nom}} = |230| \cdot \frac{20 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,7} \simeq 0,0033 \quad (4.6)$$

A julgar pelos números obtidos, é mais fácil controlar o fluxo do que o binário a partir de controladores de histerese, isto é, existe maior liberdade na escolha do valor do rácio do fluxo sem comprometer a qualidade do controlo. Se o objectivo for a obtenção de um controlo preciso, o rácio deve ser superior ao valor mínimo. No entanto, ao aumentar o valor da banda de histerese para cumprir a condição incorre-se no risco de tornar o erro demasiado elevado. Logo, escolheu-se um limite máximo para a banda de histerese igual a 15% do valor nominal de cada variável de controlo ( $R_{T_e} = 0,15$ ,  $R_{T_e} = 0,15$ ). Assim, realizaram-se simulações com os seguintes rácios:

$$R_{\psi} = \begin{bmatrix} 0 & ; & 0,05 & ; & 0,10 & ; & 0,15 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$R_{T_e} = \begin{bmatrix} 0 & ; & 0,01 & ; & 0,03 & ; & 0,05 & ; & 0,10 & ; & 0,15 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Por outro lado, realizaram-se simulações em que foram utilizadas (no algoritmo, não no modelo da máquina) medidas incorrectas da resistência do estator, isto é,  $R'_s \neq R_s$ , de modo a determinar a robustez do método face a incertezas nas medições. No entanto, estas simulações têm relevância limitada à partida, pois não foi possível variar a resistência do estator ao longo das simulações com o modelo da máquina assíncrona utilizado. Deste modo, apenas serão verificados os efeitos de uma medição DC incorrecta.

As simulações foram realizadas através do software de simulação MATLAB/SIMULINK, em regime discreto e com um período de amostragem fixo de  $20 \mu s$  (o que se traduz numa frequência de comutação máxima de  $50 kHz$ ) enquanto as soluções comerciais da ABB<sup>2</sup> utilizam um período de amostragem igual a  $25 \mu s$  ( $40 kHz$ ) [30]. Os restantes parâmetros de simulação podem ser consultados nas tabelas 4.3 e 7.1.

Parâmetro	Descrição	Valor	Unidade
$T_s$	Período de amostragem	20	$\mu s$
$\Delta t$	Duração da simulação	10	$s$
$K_P$	Constante proporcional do controlador de velocidade	0,05	$N \cdot m \cdot (r.p.m.)^{-1}$
$K_I$	Constante integral do controlador de velocidade	5	$N \cdot m \cdot s^{-1} \cdot (r.p.m.)^{-1}$
$f_c$	Frequência de corte do controlador de velocidade	100	$Hz$
$\alpha_{max}$	Aceleração máxima	3000	$r.p.m. \cdot s^{-1}$
$T_{max}$	Binário máximo	5	$N \cdot m$
$U_{DC_{nom}}$	Tensão nominal no barramento DC	500	$V$
$U_{DC_{max}}$	Tensão máxima no barramento DC	550	$V$

Tabela 4.3: Parâmetros da simulação

<sup>2</sup>O período de amostragem utilizado em simulação difere do período de amostragem das soluções da ABB porque o modelo e/ou o simulador utilizado revelaram ser incapazes de funcionar com o período de amostragem das soluções comerciais da ABB.

Em situações de banda de histerese nula, o DTC demonstra uma resposta dinâmica face a um degrau de binário (de referência) com valor nominal cujo tempo de resposta está ao nível do tempo de resposta citado na brochura da ABB, isto é, 1-2 ms [30]. Em concreto, o tempo de resposta do binário a um degrau ascendente ( $0 \rightarrow T_{nom}$ ) de valor nominal é de 1 ms enquanto o tempo de resposta de um degrau descendente ( $T_{nom} \rightarrow 0$ ) é de 0,25 ms - ver figuras 4.7 e 4.8.

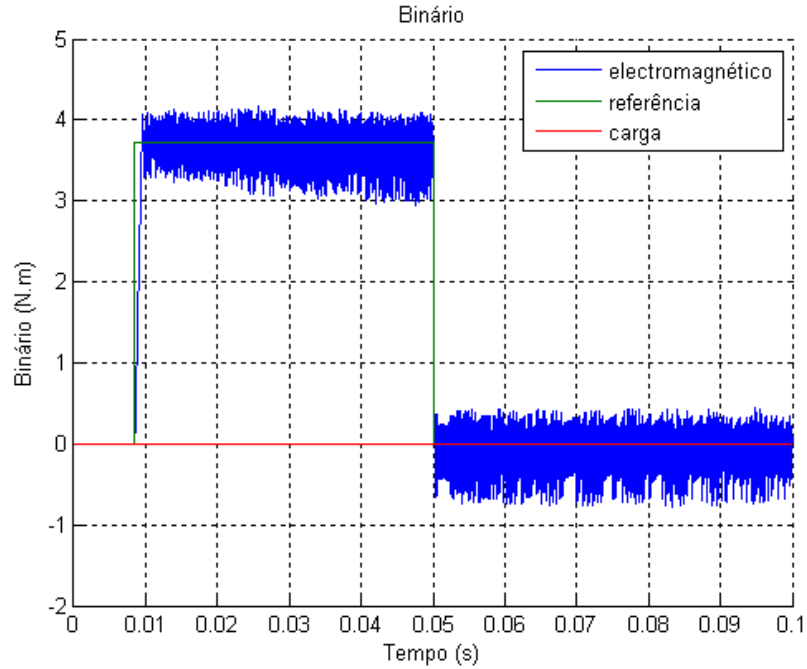


Figura 4.5:  $R_\psi = 0$  ,  $R_T = 0$

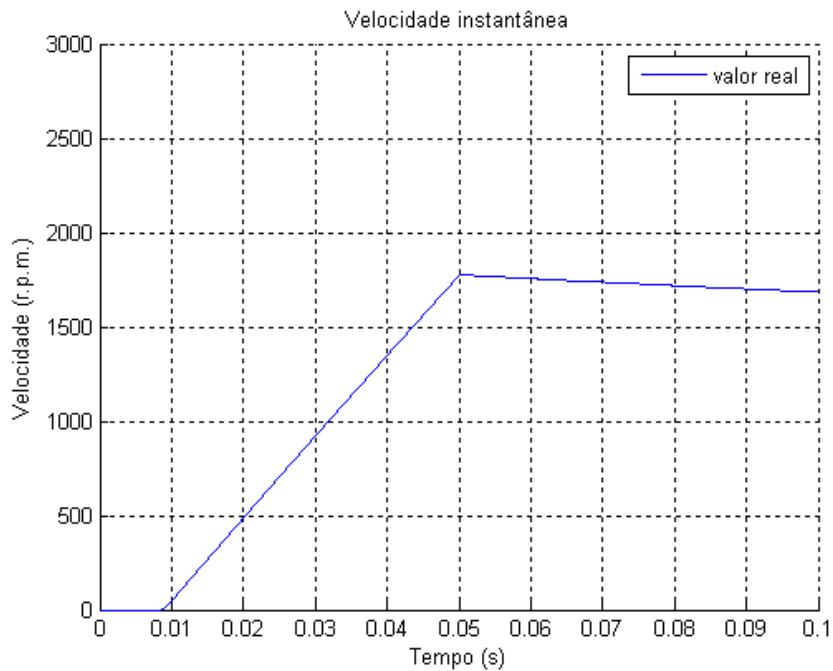


Figura 4.6:  $R_\psi = 0$  ,  $R_T = 0$

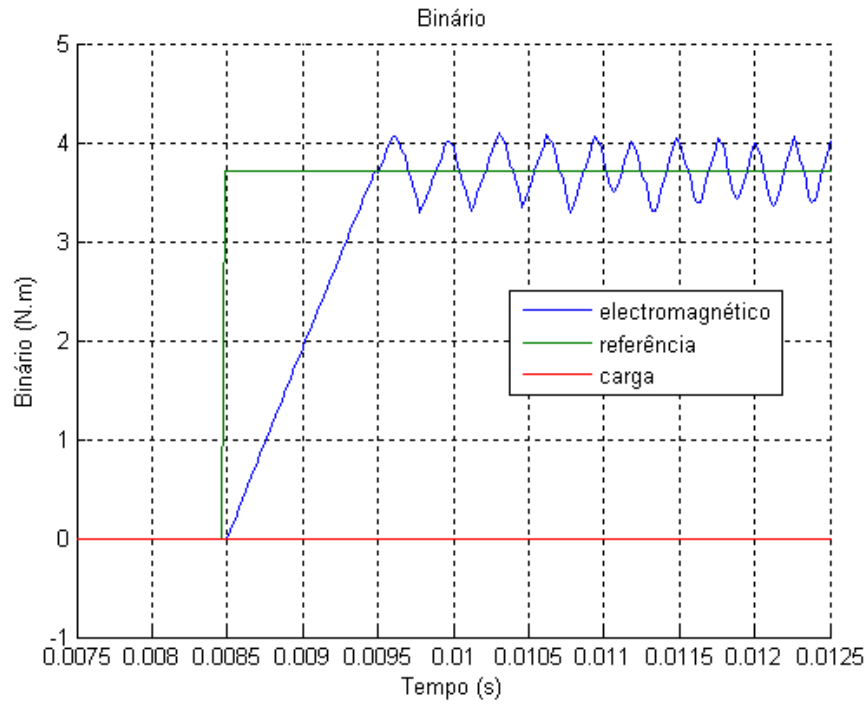


Figura 4.7: Pormenor da figura 4.5,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

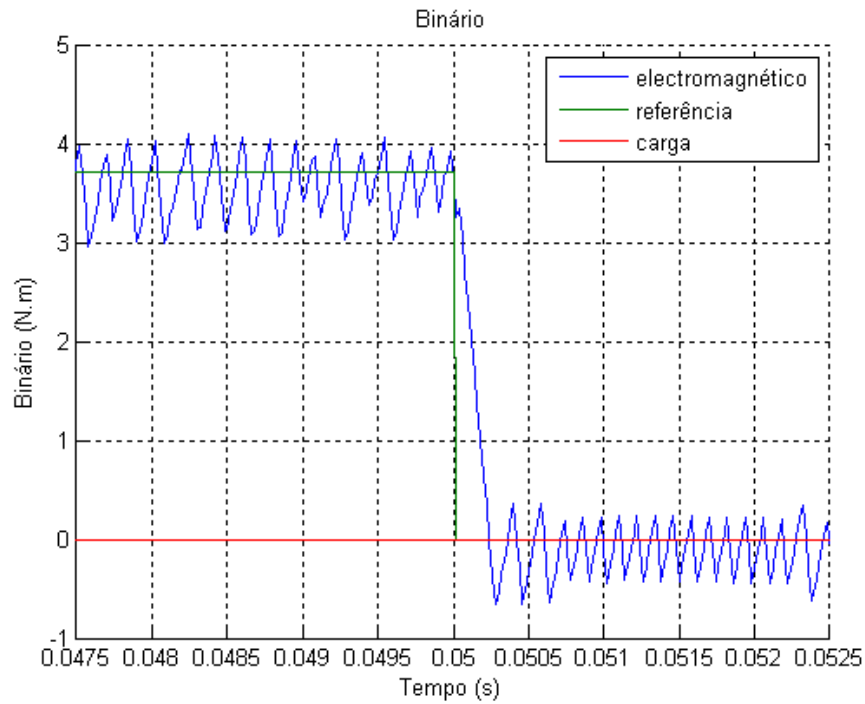


Figura 4.8: Pormenor da figura 4.5,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$



Nas figuras 4.9-4.22 é patente o efeito da banda de histerese do controlador de fluxo, isto é, consegue-se o controlo aproximadamente exacto<sup>3</sup> da amplitude do vector espacial de fluxo ligado com o estator em torno de um valor de referência mas com uma precisão<sup>4</sup> inversamente proporcional ao valor da banda de histerese. Consequentemente, um maior valor da banda de histerese do controlador de fluxo diminui a precisão do controlo mas por outro lado, permite operar a uma frequência de comutação mais baixa.

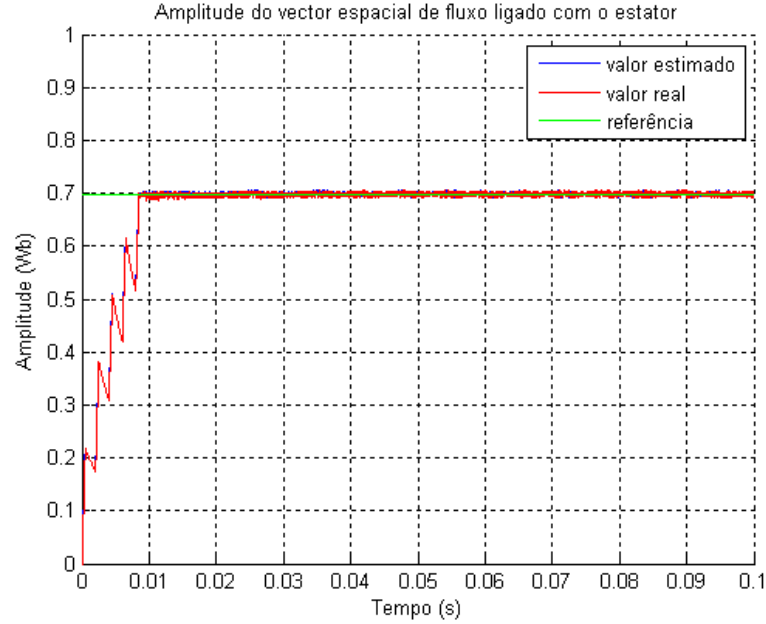


Figura 4.9: Regime 2,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

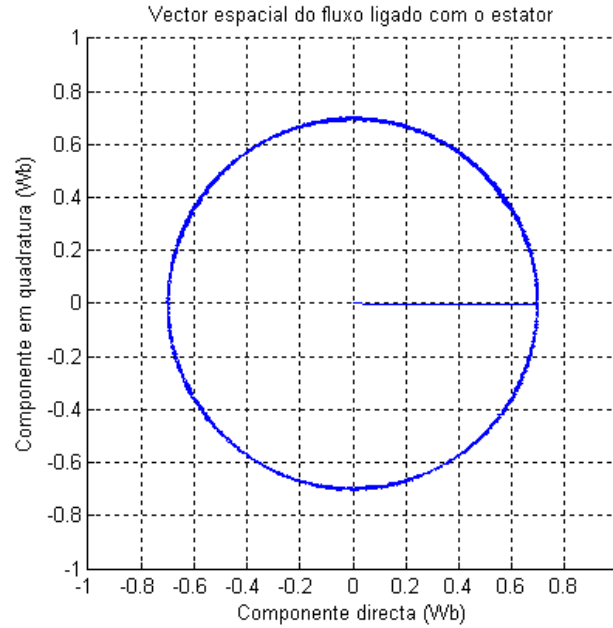


Figura 4.10: Regime 2,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

<sup>3</sup>A exactidão representa a inexistência de erro em regime permanente, entre a referência e a componente DC, o que não significa necessariamente ausência de ondulação.

<sup>4</sup>A precisão representa a ausência de ondulação, mas não necessariamente exactidão.

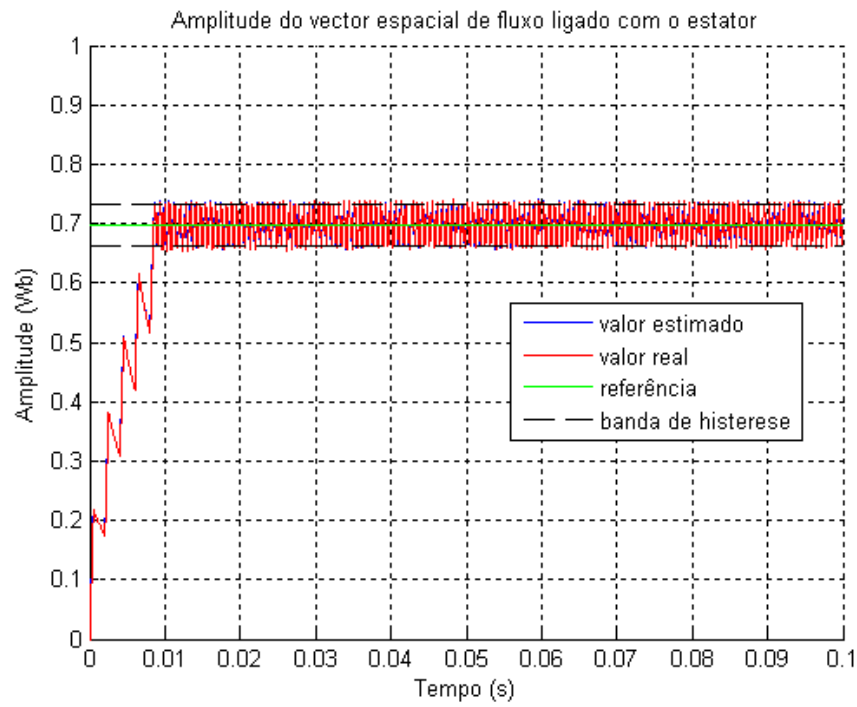


Figura 4.11: Regime 2,  $R_\psi = 0,05$ ,  $R_T = 0$

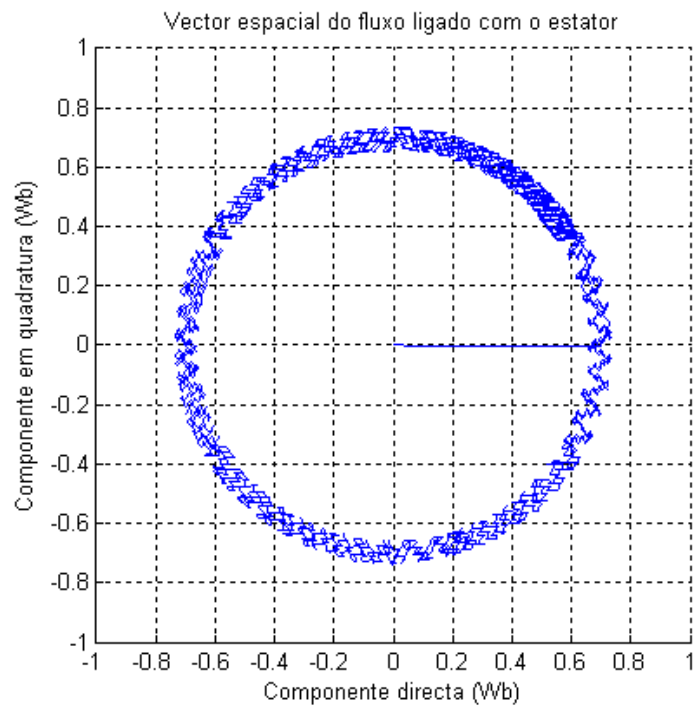


Figura 4.12: Regime 2,  $R_\psi = 0,05$ ,  $R_T = 0$

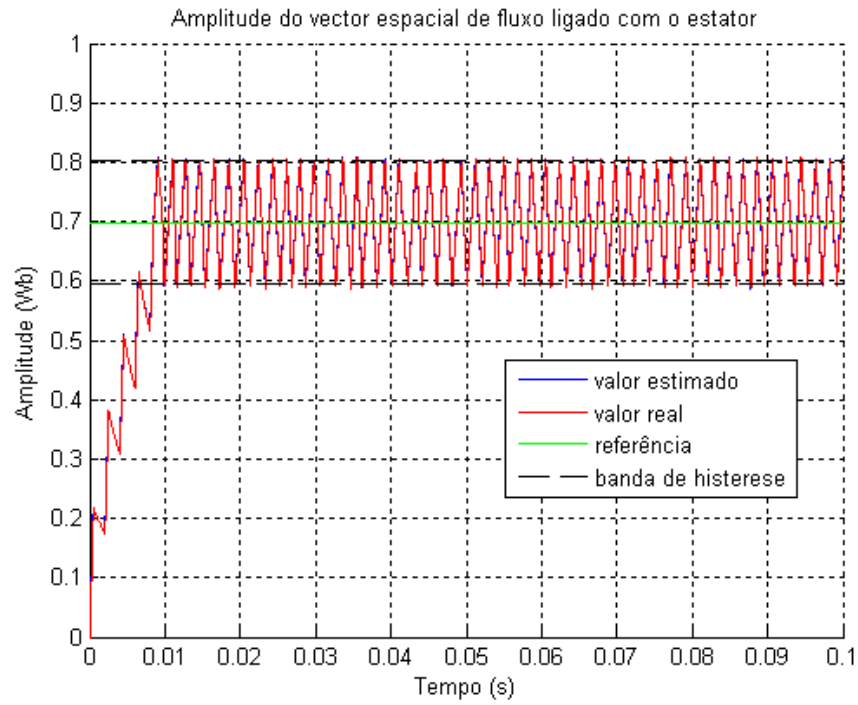


Figura 4.13: Regime 2,  $R_\psi = 0,15$ ,  $R_T = 0$

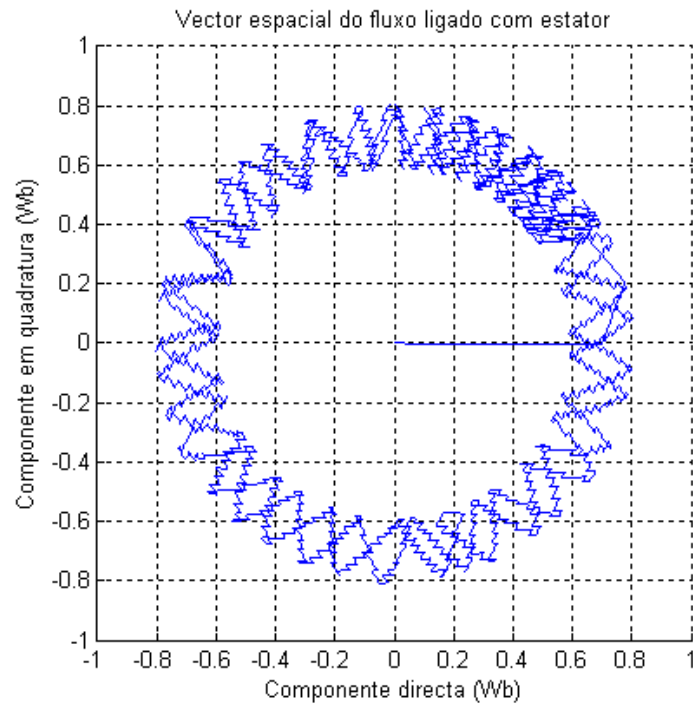


Figura 4.14: Regime 2,  $R_\psi = 0,15$ ,  $R_T = 0$

A amplitude do vector espacial de fluxo ligado com o estator é mantida sensivelmente dentro dos limites da banda de histerese excepto quando se verificam quebras (entenda-se, perda de controlo), durante o arranque do controlador de binário, como nas figuras 4.15, 4.17, 4.19 e 4.21. A partir dos dados reunidos, verifica-se também que estas quebras se acentuam à medida que a banda de histerese do controlador aumenta. No entanto, estas quebras não se verificam nas simulações efectuadas com o controlador de binário de dois níveis - regime 1 - o que indica que este fenómeno pode estar relacionado com os estados nulos do ondulator.

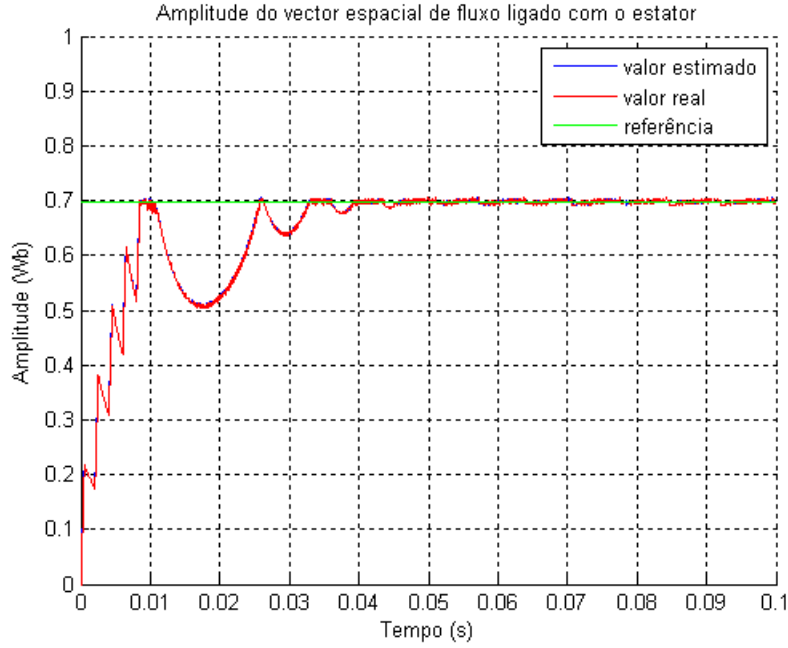


Figura 4.15: Regime 2,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,15$

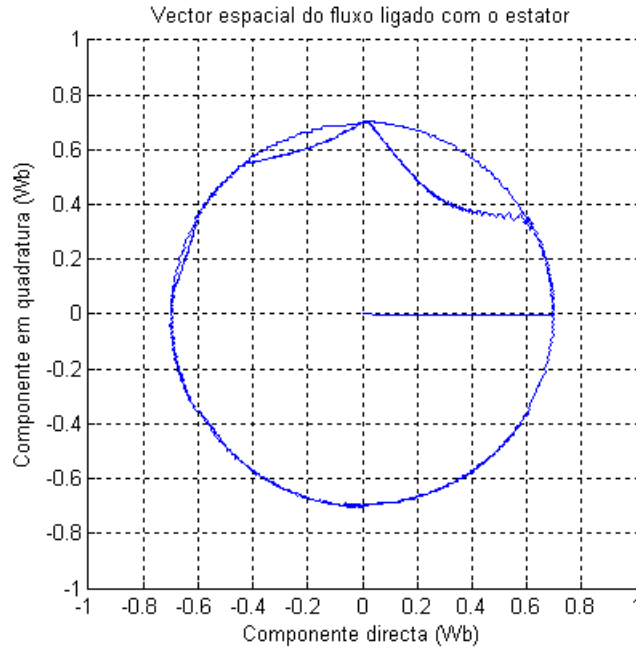


Figura 4.16: Regime 2,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,15$

Em relação às figuras 4.18, 4.20 e 4.22, é possível verificar a validade da aproximação (3.2), pois verifica-se que a orientação do vector espacial de fluxo ligado está sensivelmente de acordo com os seis estados activos do ondulator, e nas figuras 4.20 e 4.22, também se torna possível discernir os diferentes sentidos de rotação do vector espacial de fluxo ligado, respectivamente, directo e inverso.

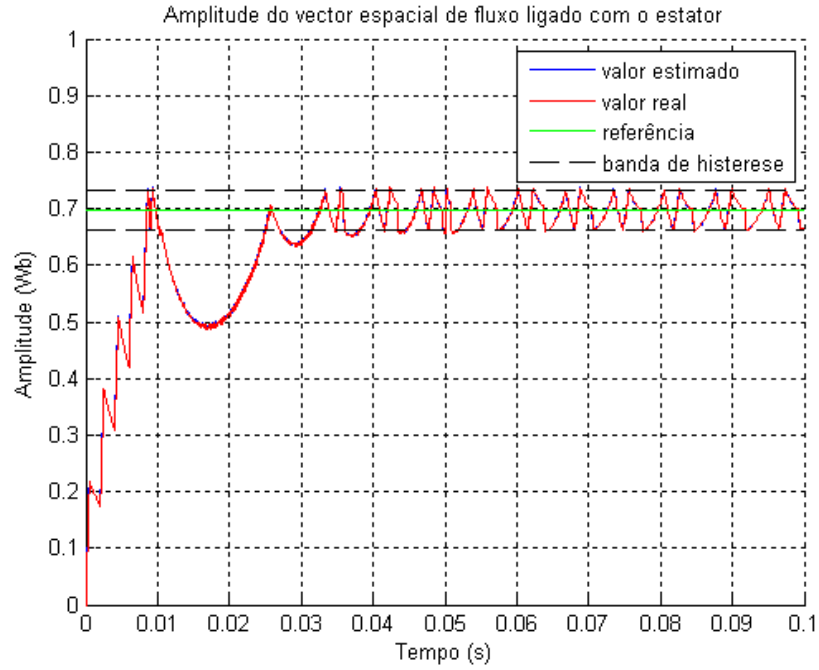


Figura 4.17: Regime 2,  $R_\psi = 0,05$ ,  $R_T = 0,15$

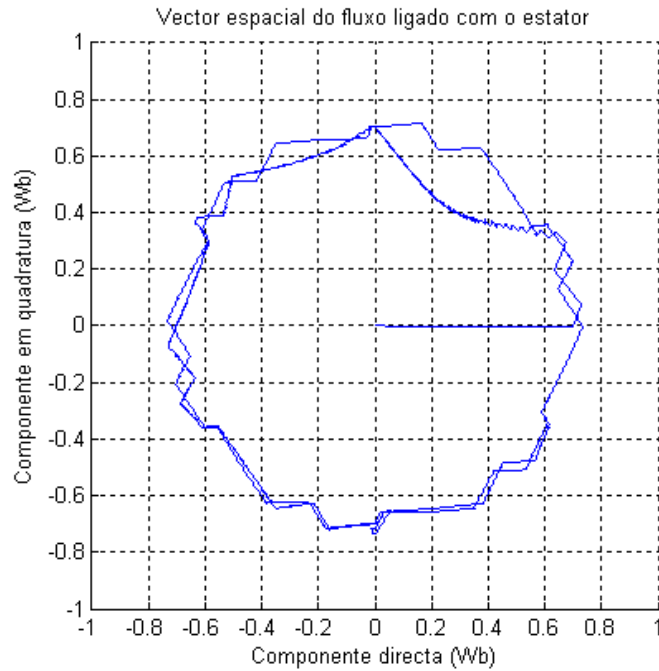


Figura 4.18: Regime 2,  $R_\psi = 0,05$ ,  $R_T = 0,15$

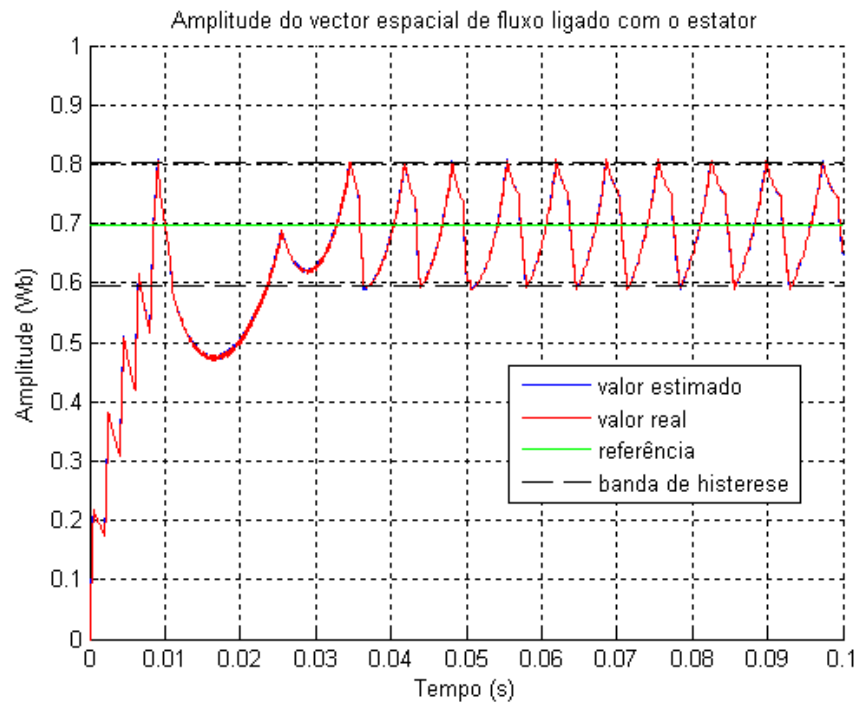


Figura 4.19: Regime 2,  $R_\psi = 0,15$ ,  $R_T = 0,15$

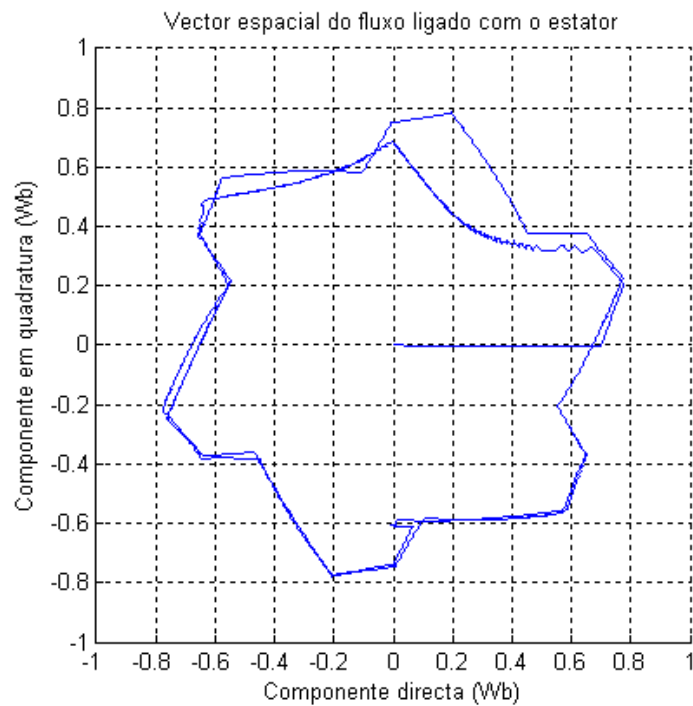


Figura 4.20: Regime 2,  $R_\psi = 0,15$ ,  $R_T = 0,15$

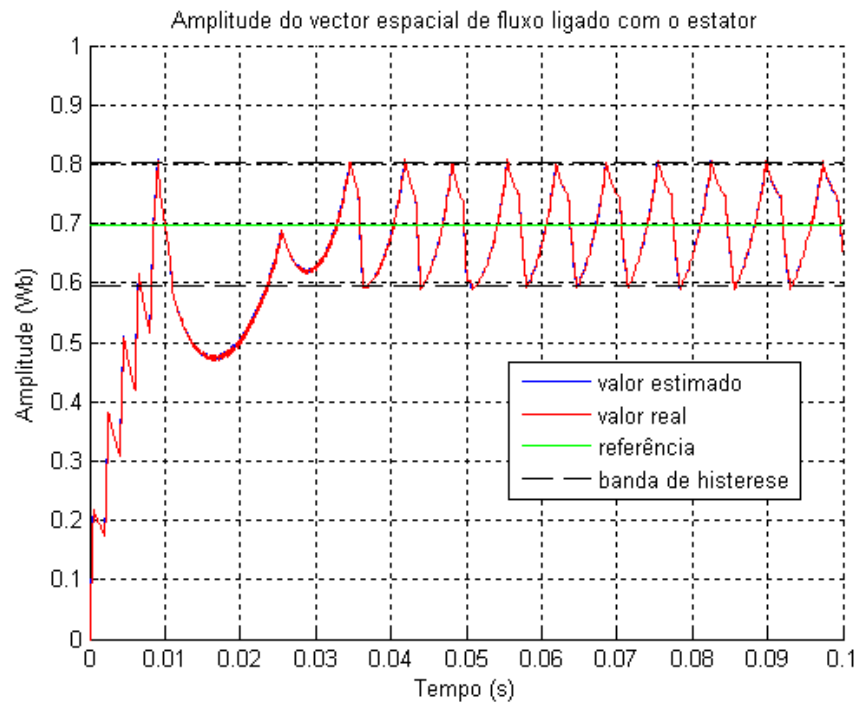


Figura 4.21: Regime 2, sentido inverso,  $R_\psi = 0,15$ ,  $R_T = 0,15$

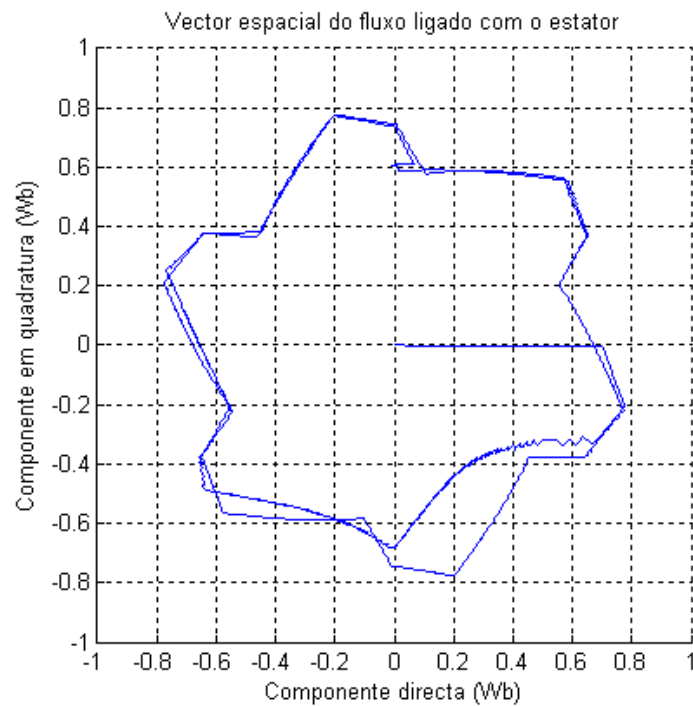


Figura 4.22: Regime 2, sentido inverso,  $R_\psi = 0,15$ ,  $R_T = 0,15$

Em relação ao controlador de binário de dois níveis, este comporta-se de forma análoga ao controlador de fluxo, permitindo o controlo (exacto) do binário em torno de um valor de referência mas com uma precisão inversamente proporcional ao valor da banda de histerese - ver figuras 4.23, 4.25 e 4.27.

Por sua vez, o controlador de binário de três níveis apresenta dois comportamentos distintos, patentes nas figuras 4.29, 4.31 e 4.33, consoante o valor atribuído à banda de histerese:

- O primeiro comportamento verifica-se para  $R_{T_e} \in \{ 0 \ ; \ 0,01 \ ; \ 0,03 \}$ ;
- O segundo comportamento verifica-se para  $R_{T_e} \in \{ 0,05 \ ; \ 0,10 \ ; \ 0,15 \}$ .

A diferença entre os comportamentos verifica-se na vizinhança do valor mínimo da banda de histerese do controlador de binário, que representa a condição para que o erro fique sensivelmente contido na banda de histerese, o que se comprova.

O primeiro (comportamento) é semelhante ao comportamento do controlador de dois níveis, na medida em que o controlo é exacto mas com precisão limitada, pois a ondulação ultrapassa largamente o valor máximo imposto pela banda de histerese.

O segundo (comportamento) indica uma maior capacidade de manter a ondulação dentro da banda de histerese mas não apresenta um controlo exacto, na medida em que o binário electromagnético é consideravelmente diferente da referência em regime permanente. Em concreto, o binário electromagnético situa-se tendencialmente entre a referência e o limite inferior da banda de histerese, o que pode ser explicado pela existência do terceiro nível no controlador de binário que representa um estado de erro aceitável entre os estados de défice e excesso de binário. Este nível intermédio, associado aos estados nulos do ondulator, não permite manter o binário, e este tende a diminuir - ver tabelas 3.1 e 3.2 - e assim, dá origem a um tipo de erro que não existe no controlador de dois níveis, embora se verifique dentro dos limites da banda de histerese.

Este erro torna-se mais significativo à medida que a banda de histerese aumenta, e pode ser aproximado<sup>5</sup> a partir de (4.9), com base nas seguintes observações:

- O erro aumenta linearmente com o valor da banda de histerese desde que (4.4) se verifique;
- O seu valor mínimo é igual a metade de  $HB_{MIN}$ , o que equivale a dizer que a componente de DC do binário electromagnético se encontra sensivelmente entre os dois extremos da ondulação, e que esta existe desde limite inferior da banda de histerese até à referência<sup>6</sup>.

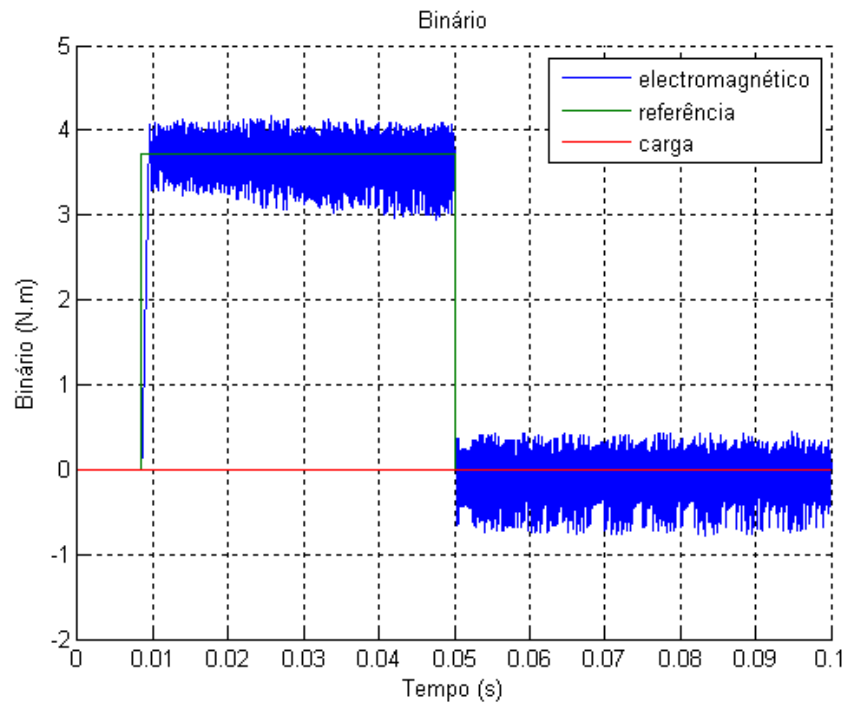
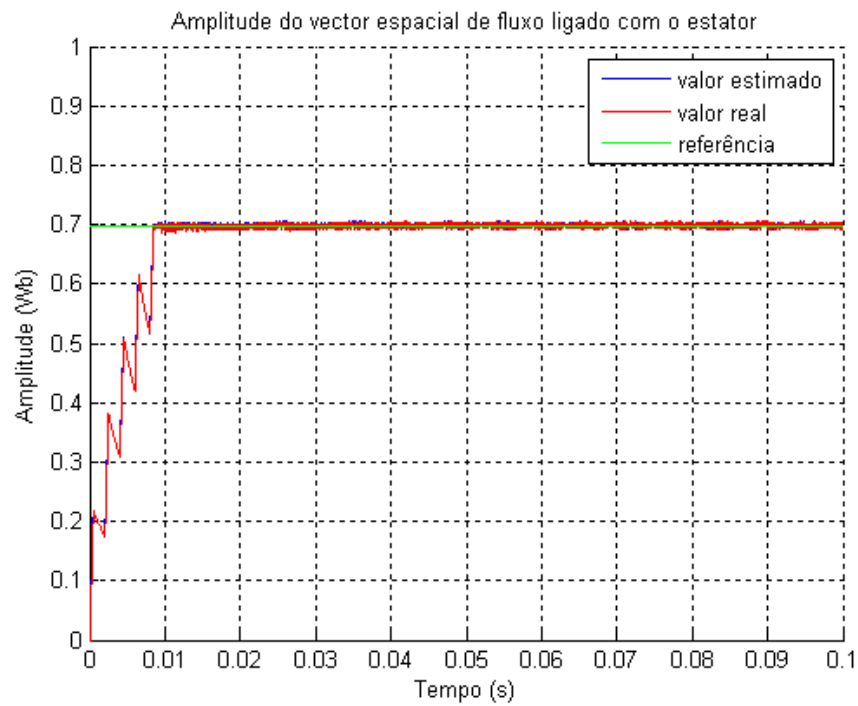
$$Erro_{T_e}(HB_{T_e}) = HB_{T_e} - \frac{HB_{MIN}}{2} \ , \ HB_{T_e} \geq HB_{MIN} \quad (4.9)$$

Em [4, 5], a introdução do nível intermédio é justificada pela necessidade de, uma vez atingida a referência de binário, reduzir o mais lentamente possível o binário electromagnético por forma a reduzir a frequência de comutação. Os dados reunidos comprovam a validade da decisão tomada por Takahashi e Noguchi - desde que (4.4) seja cumprido - pois não só se consegue reduzir a frequência de comutação (como se pode verificar em anexo, na tabela 7.4) como também se consegue reduzir a ondulação verificada no interior da banda de histerese face ao controlador de dois níveis, para valores iguais de banda de histerese. Aliás, a redução de frequência obtida não é particularmente significativa face à redução na ondulação do binário que se verificou.

<sup>5</sup>A validade da aproximação anterior pode ser verificada no secção 7.2.2.

<sup>6</sup>Na verdade, a ondulação não está confinada por estes extremos, mas para efeitos de generalização, faz-se esta aproximação.



Figura 4.23:  $R_\psi = 0$  ,  $R_T = 0$ Figura 4.24:  $R_\psi = 0$  ,  $R_T = 0$

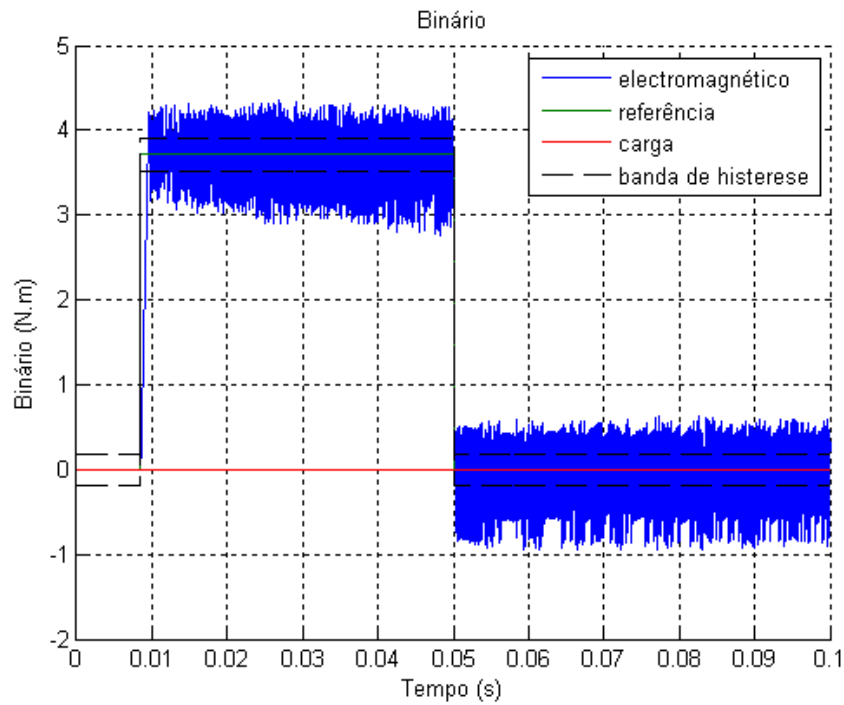


Figura 4.25: Regime 1,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,05$

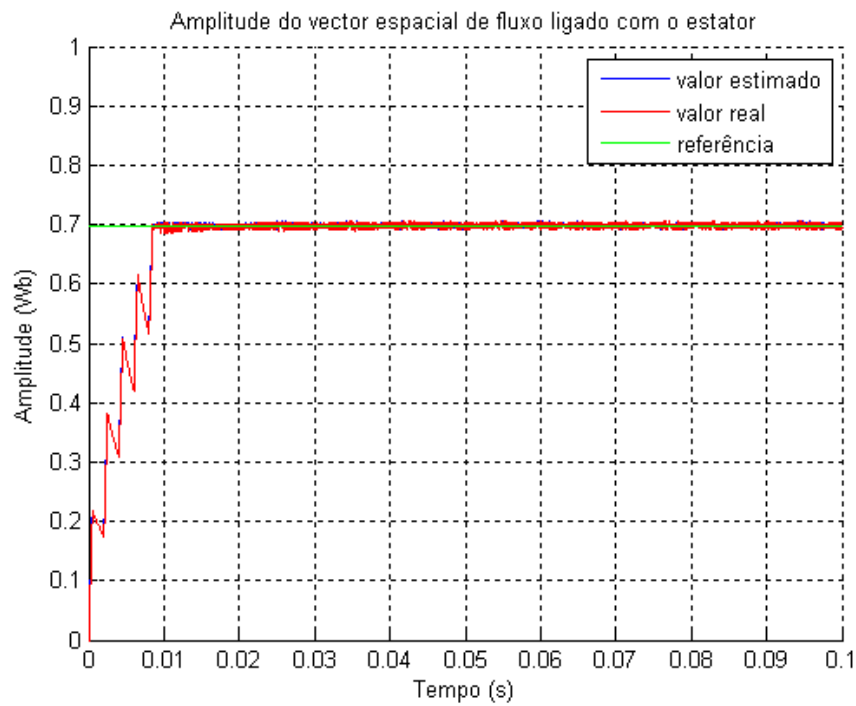


Figura 4.26: Regime 1,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,05$

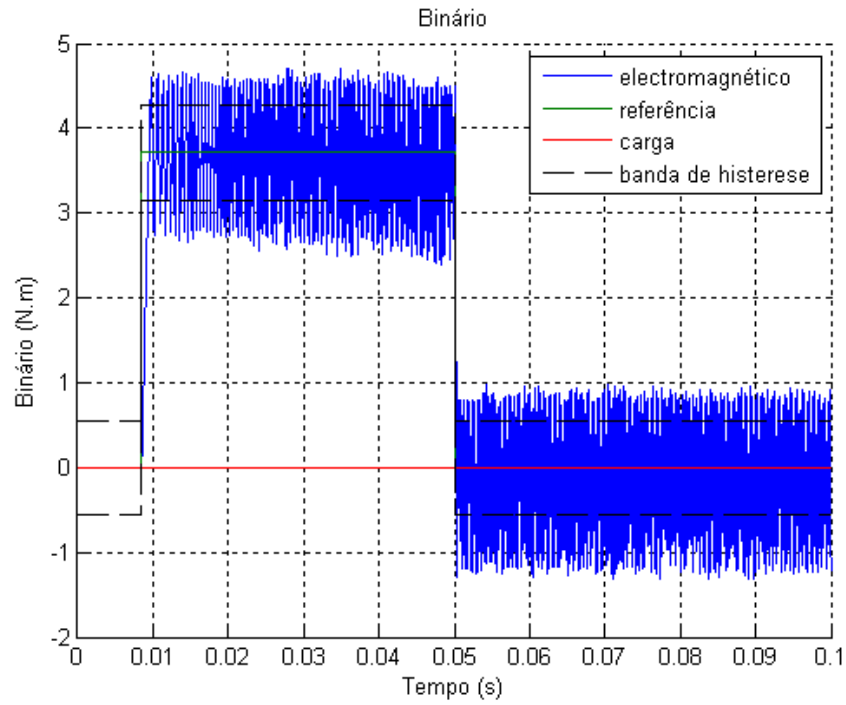


Figura 4.27: Regime 1,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,15$

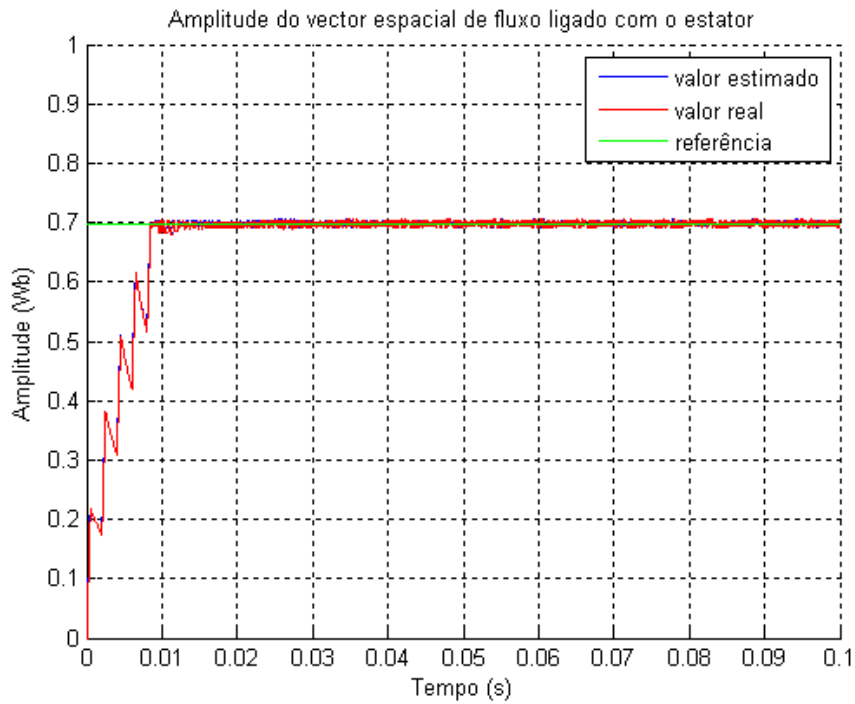


Figura 4.28: Regime 1,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,15$

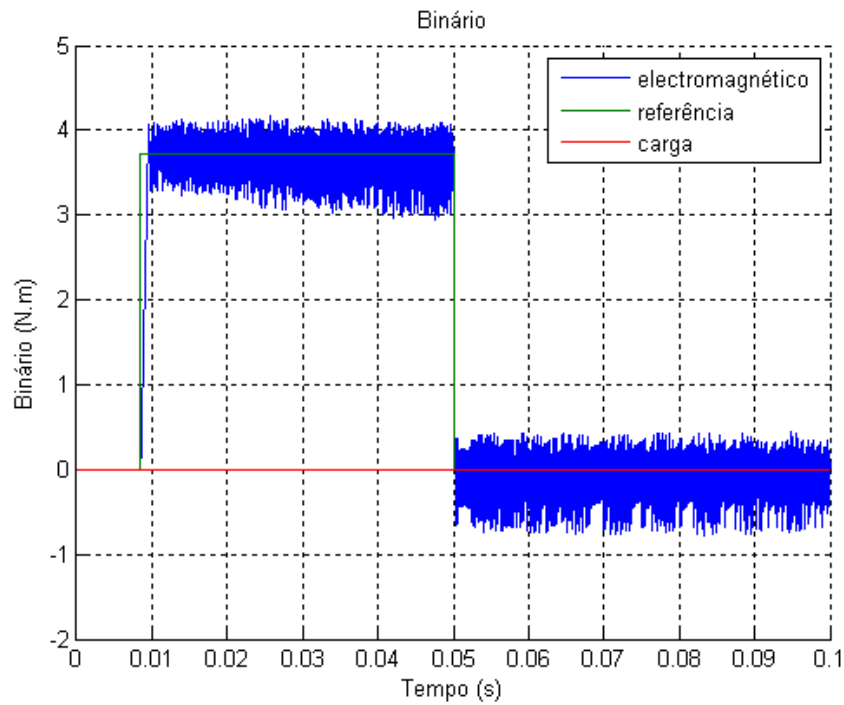


Figura 4.29: Regime 2,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

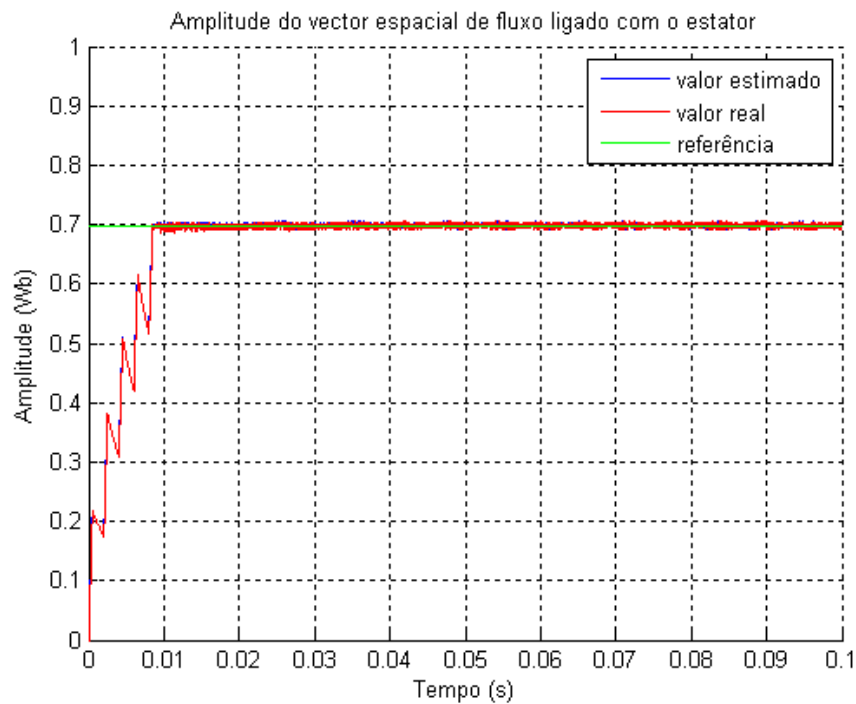


Figura 4.30: Regime 2,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

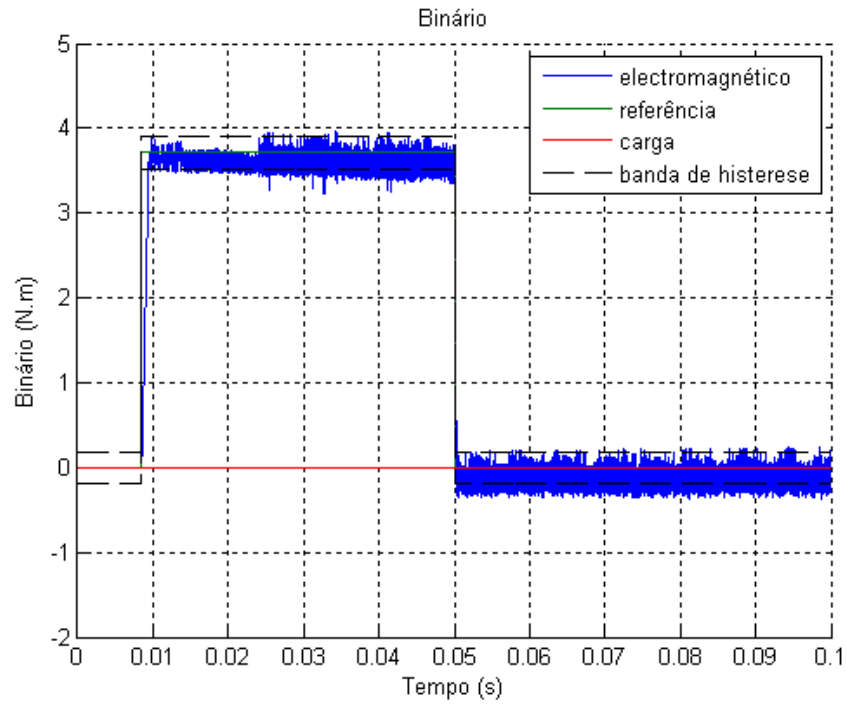


Figura 4.31: Regime 2,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,05$

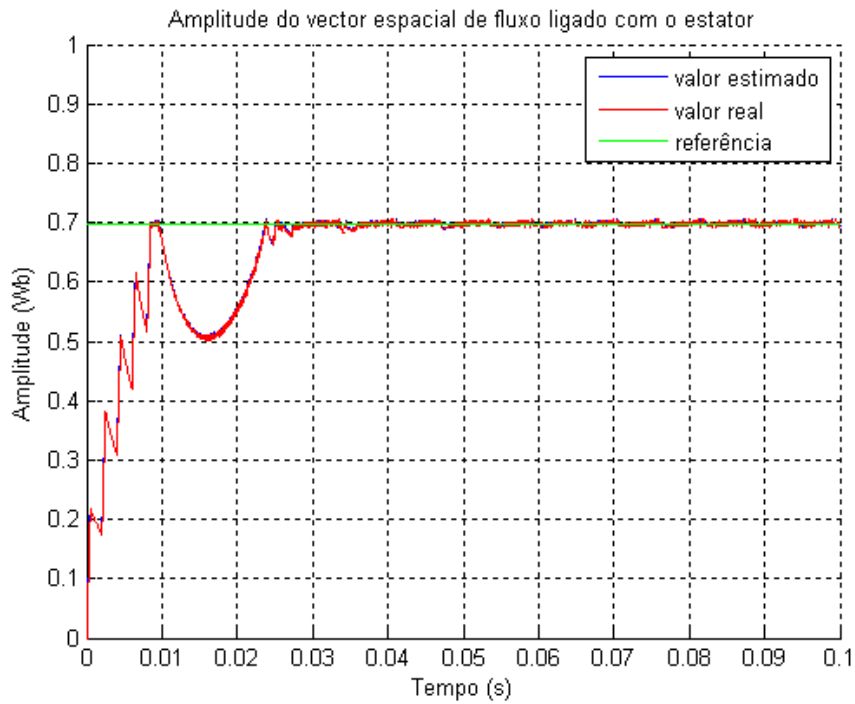


Figura 4.32: Regime 2,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,05$

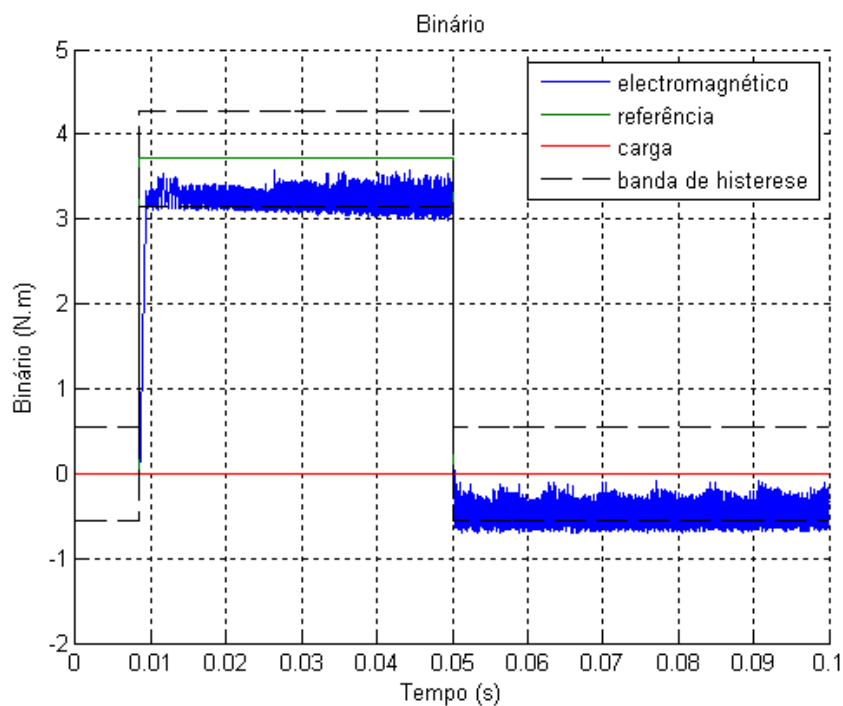


Figura 4.33: Regime 2,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,15$

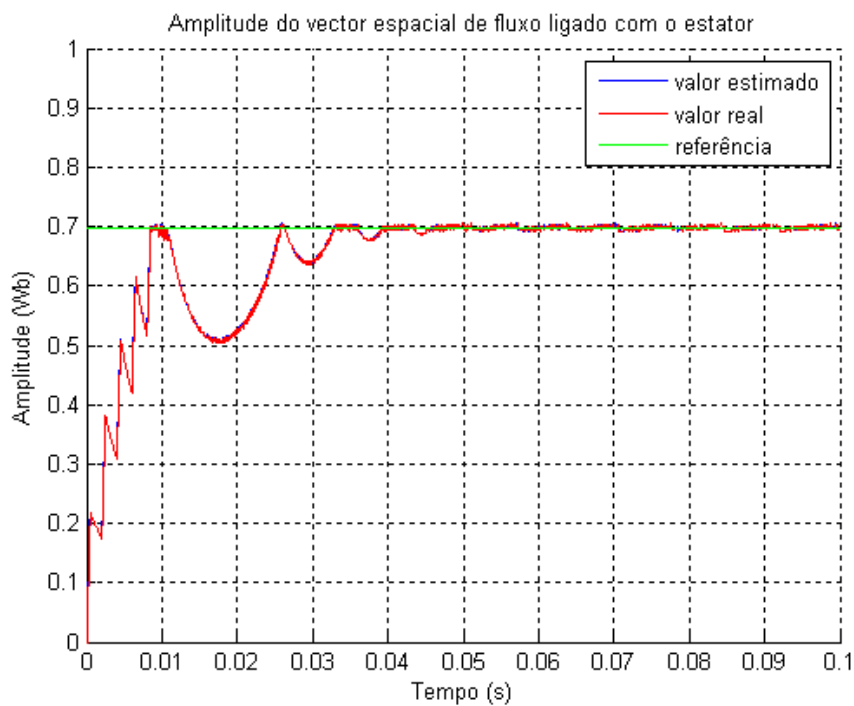


Figura 4.34: Regime 2,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,15$

Em relação ao controlo de velocidade, ilustrado pelas figuras 4.35-4.46, o DTC permite um controlo da velocidade cujo erro estático<sup>7</sup> a velocidade nominal é inferior a 0,1% e cujo erro dinâmico<sup>8</sup> a velocidade nominal é inferior a 0,1% seg. Estes valores estão sensivelmente de acordo com [30], onde é dito que, para um accionamento equipado com sensor de posição, o erro estático é de 0,01% e o erro dinâmico é de 0,1% seg, ou seja, o erro dinâmico é cumprido enquanto o erro estático fica aquém do previsto, o que se deve à qualidade da afinação do controlador (PI) de velocidade.

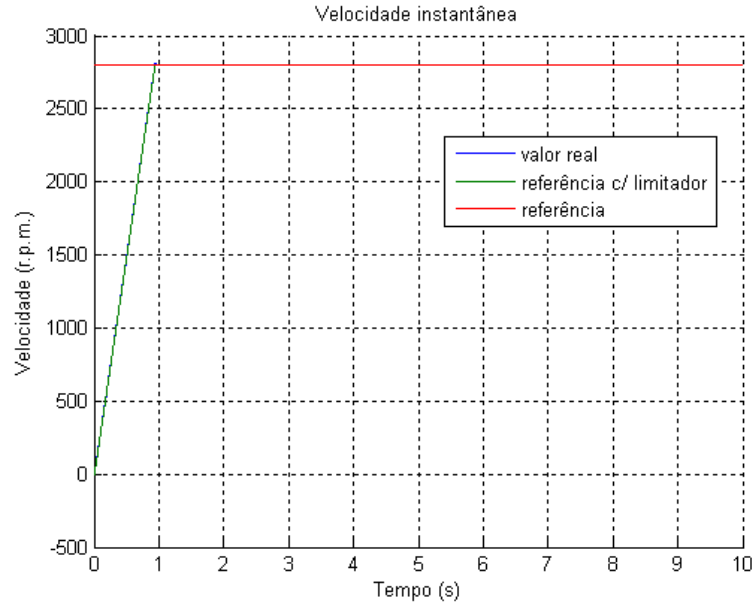


Figura 4.35: Regime 3,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

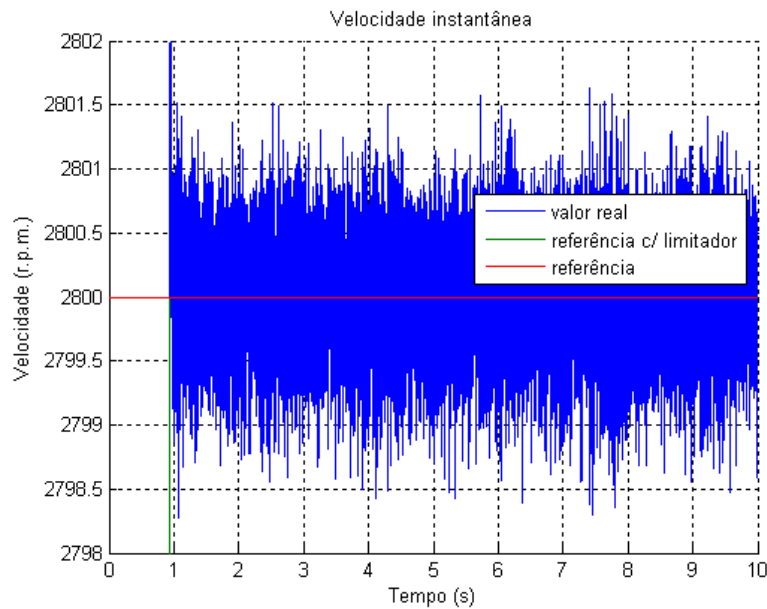


Figura 4.36: Pormenor da figura 4.35

<sup>7</sup>Erro estático de velocidade (*static speed accuracy*) - Diferença entre referência e valor real/estimado em regime permanente.

<sup>8</sup>Erro dinâmico de velocidade (*dynamic speed accuracy*) - Integral do erro causado pela aplicação de um degrau de binário de carga de valor nominal.

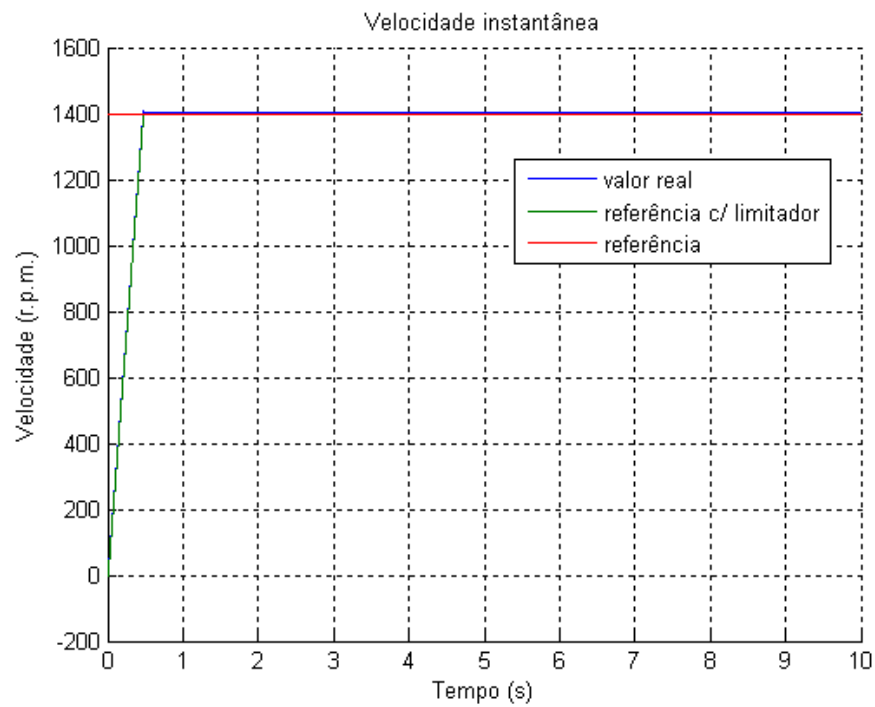


Figura 4.37: Regime 4,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

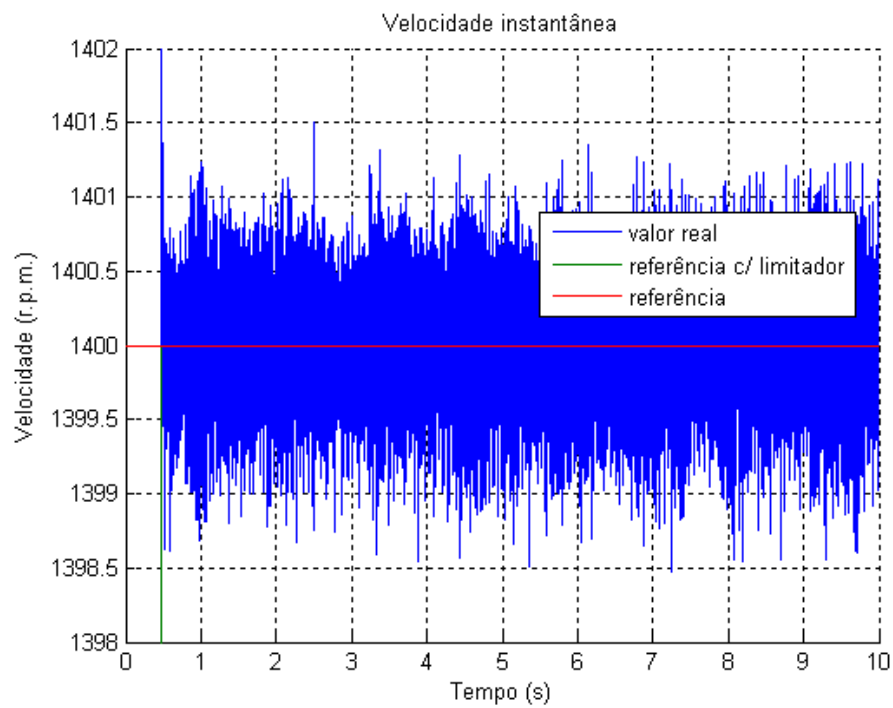


Figura 4.38: Pormenor da figura 4.37



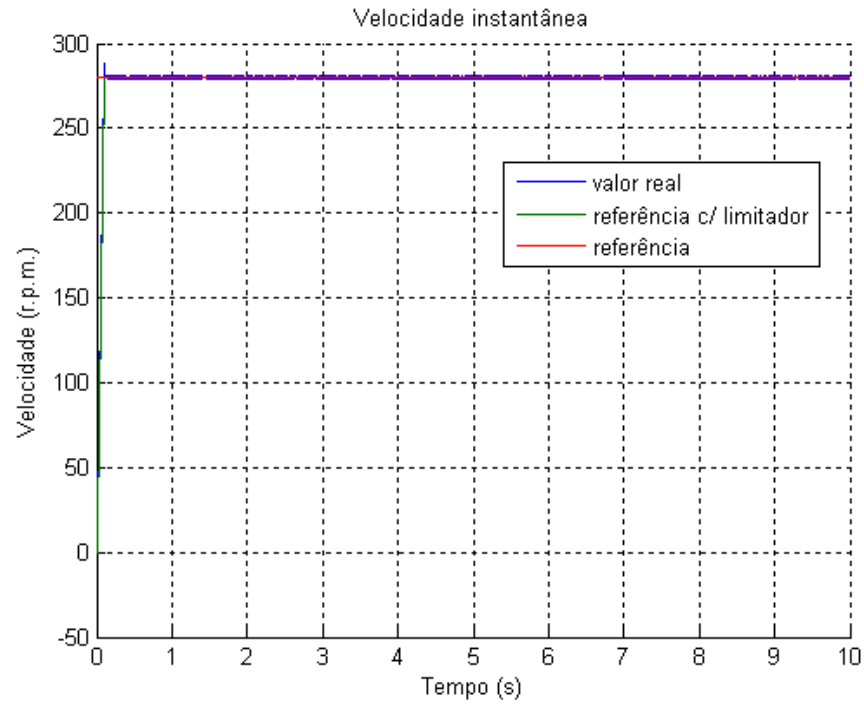
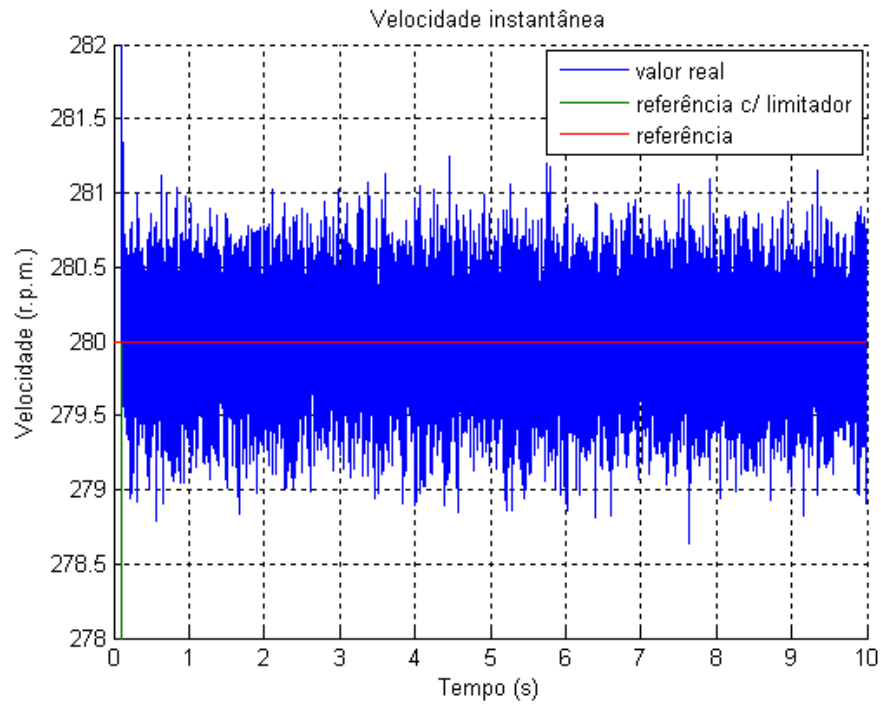
Figura 4.39: Regime 5,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$ 

Figura 4.40: Pormenor da figura 4.39

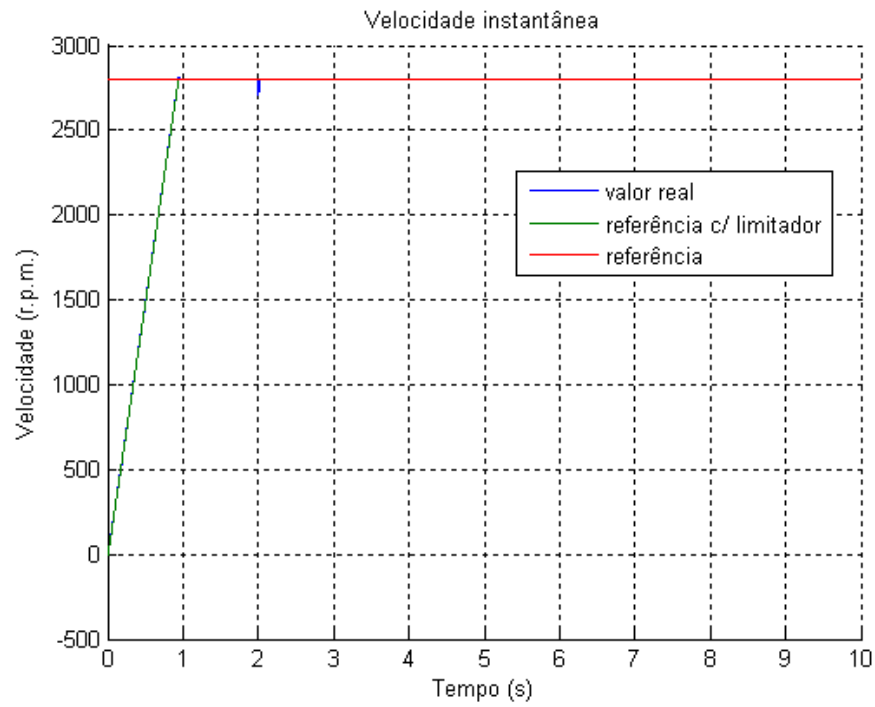


Figura 4.41: Regime 3, com binário de carga nominal a partir dos 2 segundos,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

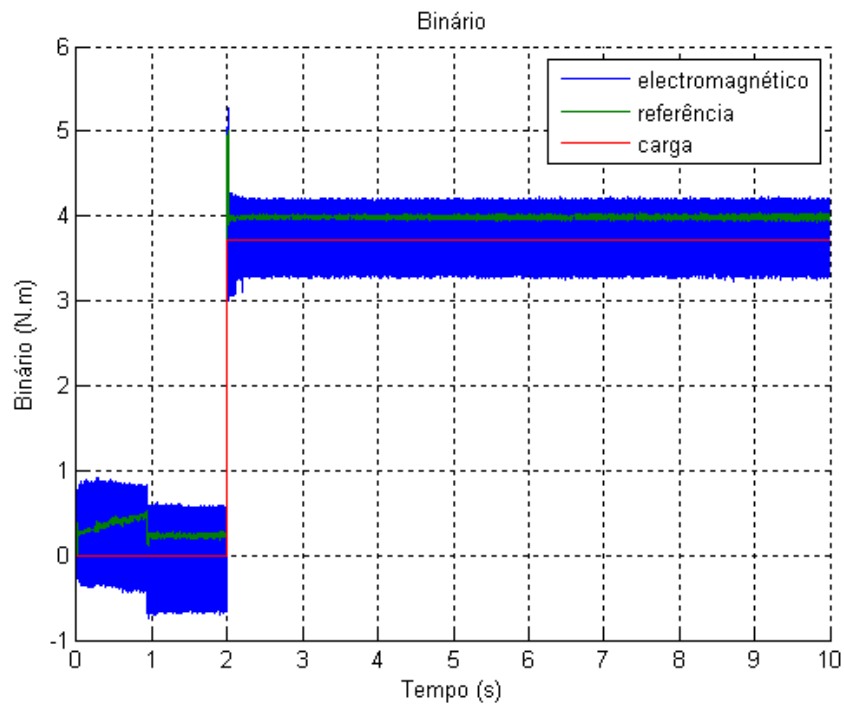


Figura 4.42: Regime 3, com binário de carga nominal a partir dos 2 segundos,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

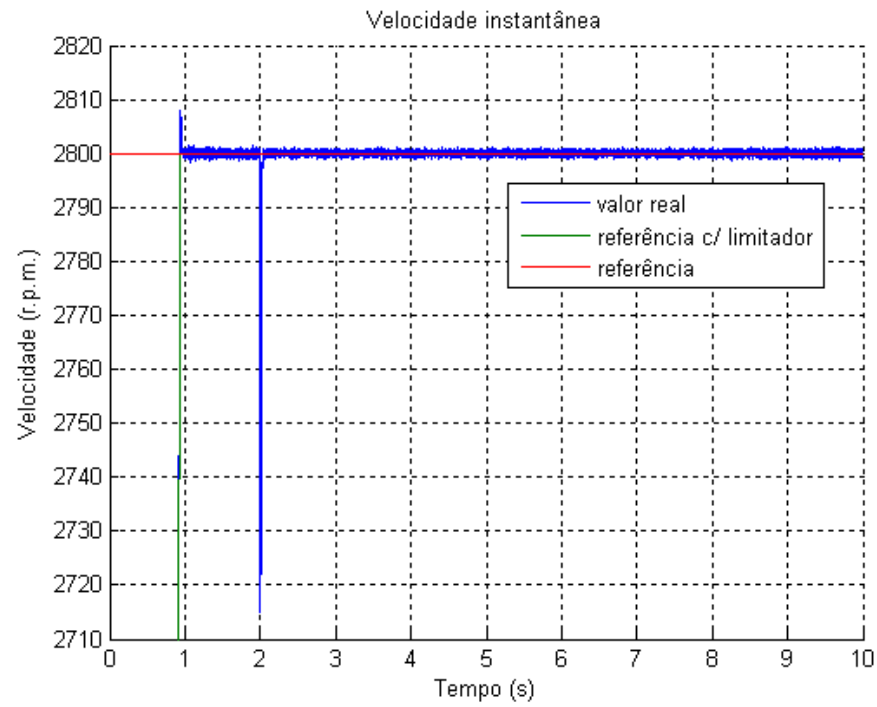


Figura 4.43: Pormenor da figura 4.41

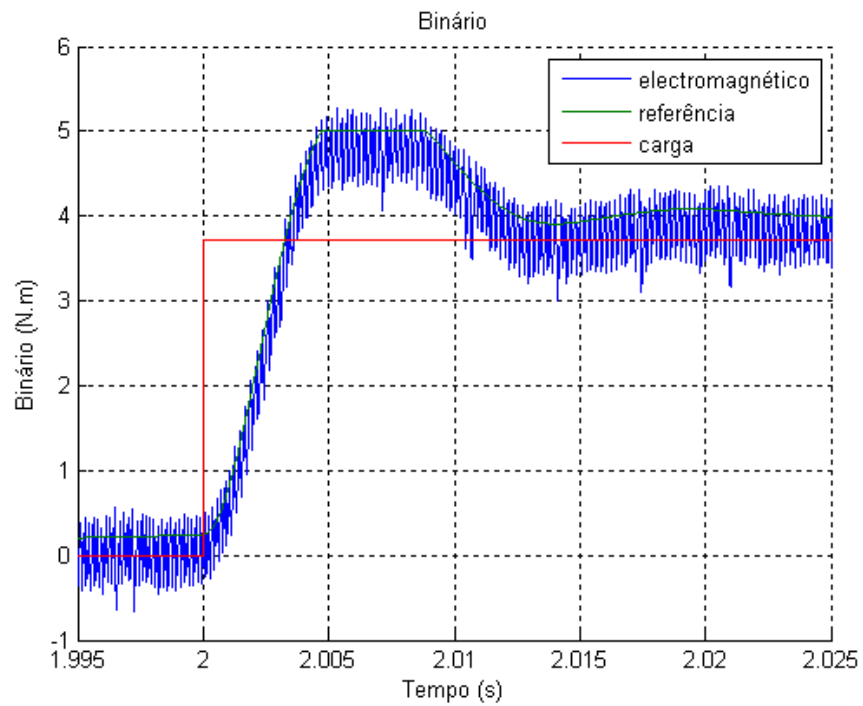


Figura 4.44: Pormenor da figura 4.42

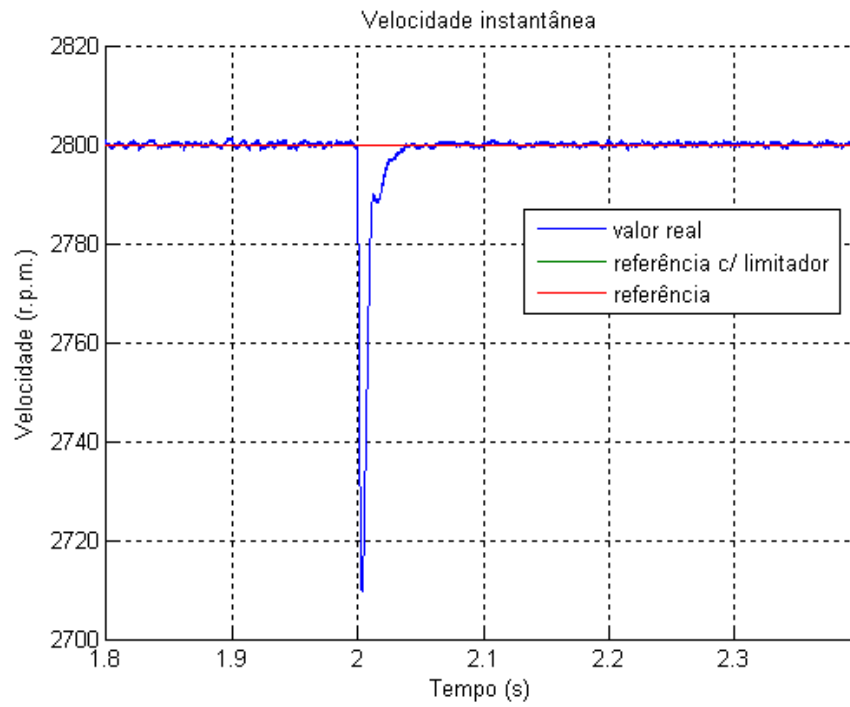
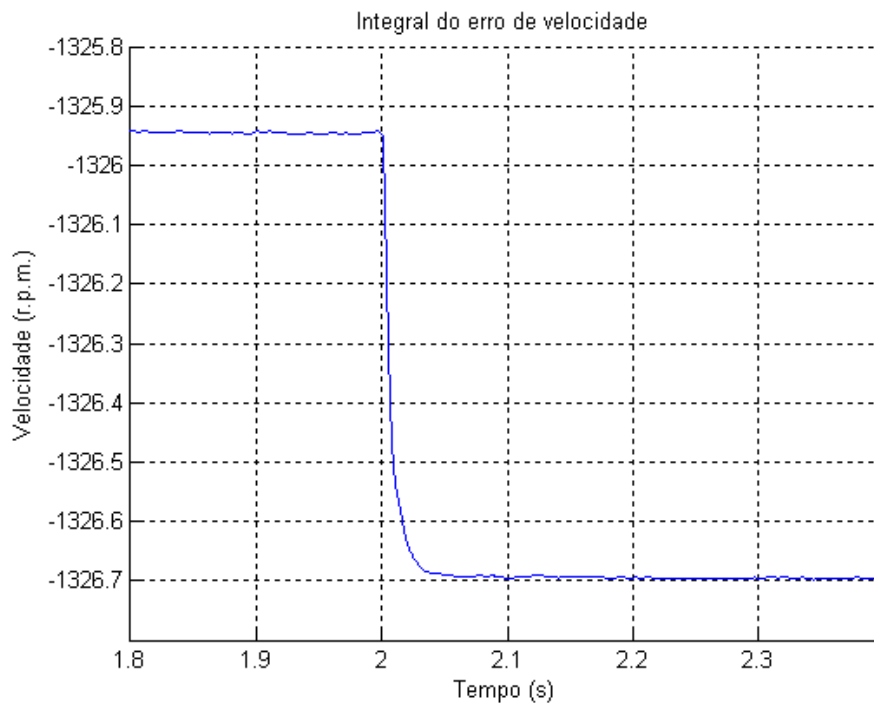


Figura 4.45: Pormenor da figura 4.41

Figura 4.46: Regime 3, com binário de carga nominal a partir dos 2 segundos,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

O valor da banda de histerese do controlador de binário também afecta o controlo de velocidade, como é visível nas figuras 4.47-4.50, i.e., o controlador só actua a partir do momento em que o erro (de binário) excede o valor da banda de histerese. Durante o intervalo de tempo em que o controlador não actua, o erro de velocidade agrava-se e a referência de binário aumenta através do controlador PI, o que se traduz num atraso adicional e numa diferença entre referência e valor estimado de binário electromagnético tanto maior quanto maior a banda de histerese do controlador de binário. Logo, o limite de binário a utilizar no controlador de velocidade deve ser, no mínimo, igual à soma do valor do binário nominal com o valor da banda de histerese.

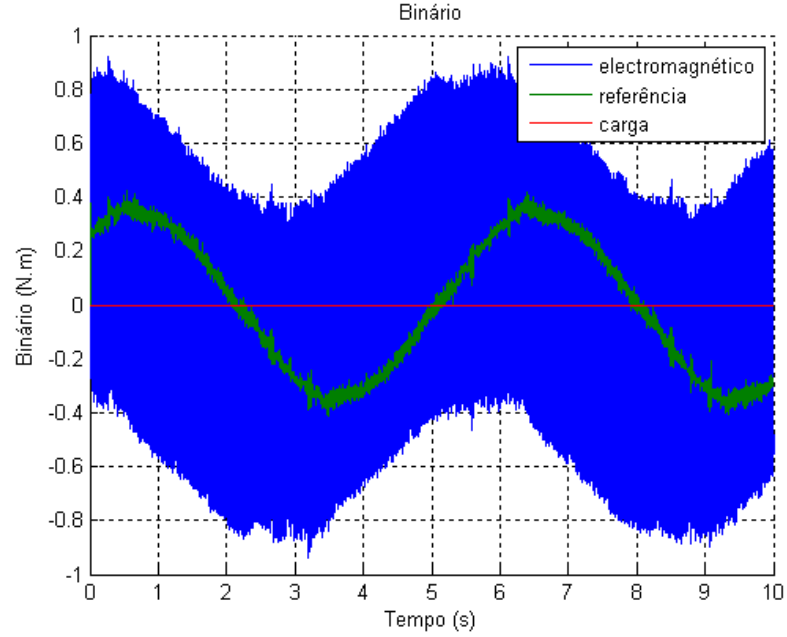


Figura 4.47: Regime 6,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

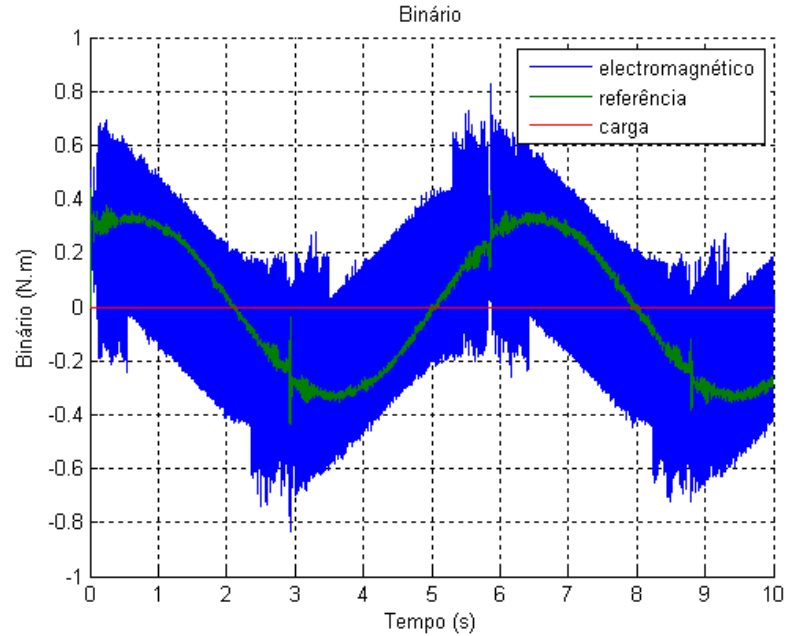


Figura 4.48: Regime 6,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,05$

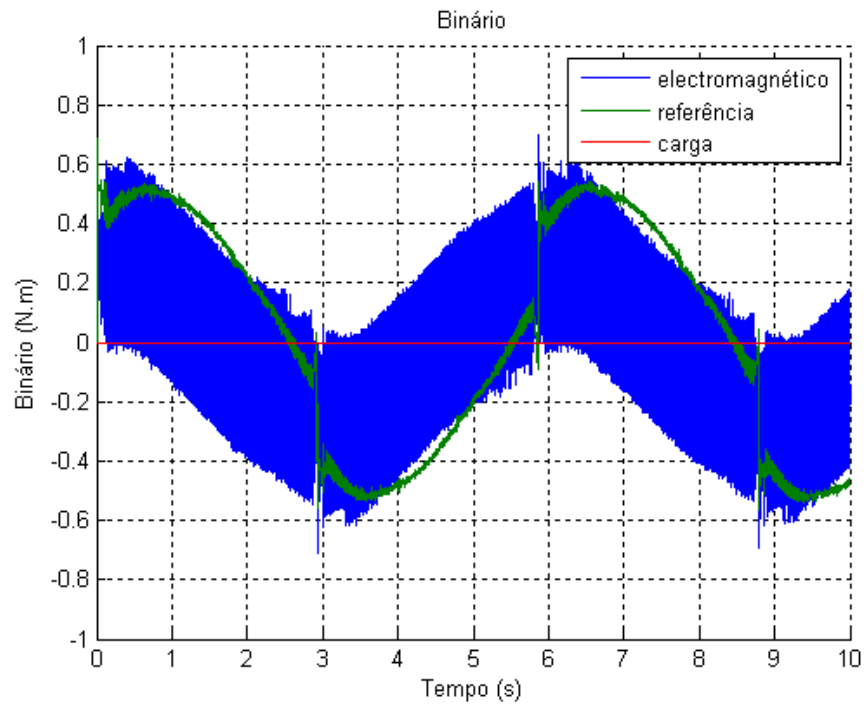


Figura 4.49: Regime 6,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,10$

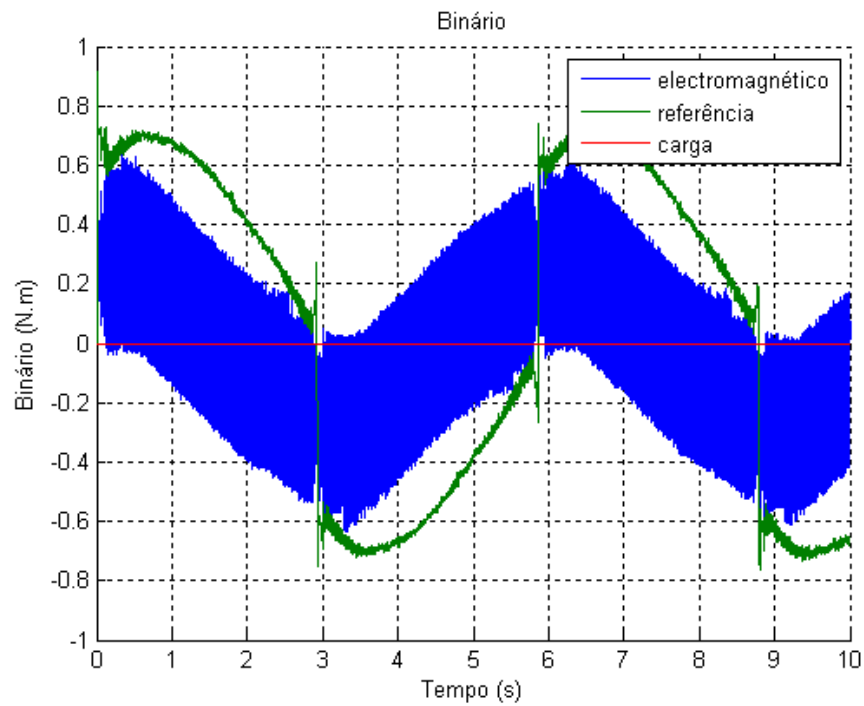


Figura 4.50: Regime 6,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0,15$

A utilização de um valor incorrecto da resistência do estator  $R_s$  na estimação do vector espacial do fluxo ligado com o estator conduz a uma estimação inadequada do mesmo, particularmente a baixa velocidade, e consequentemente, provoca erros na estimação do binário electromagnético. Contudo, para erros nas medições de 25% a 50% do valor real da resistência, a estimação não é afectada ao ponto de provocar a perda do controlo de velocidade, o que revela a robustez do DTC. No entanto, é previsível que semelhantes erros sejam capazes inviabilizar funções que necessitem de uma estimação rigorosa do vector espacial de fluxo ligado, como a estimação da velocidade.

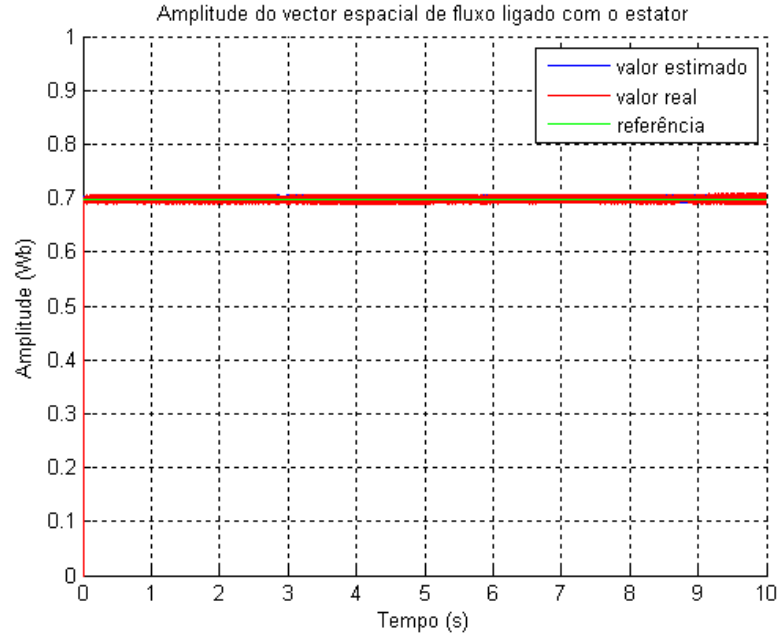


Figura 4.51: Regime 6,  $R'_s = R_s$ ,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$



Figura 4.52: Regime 6,  $R'_s = R_s$ ,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

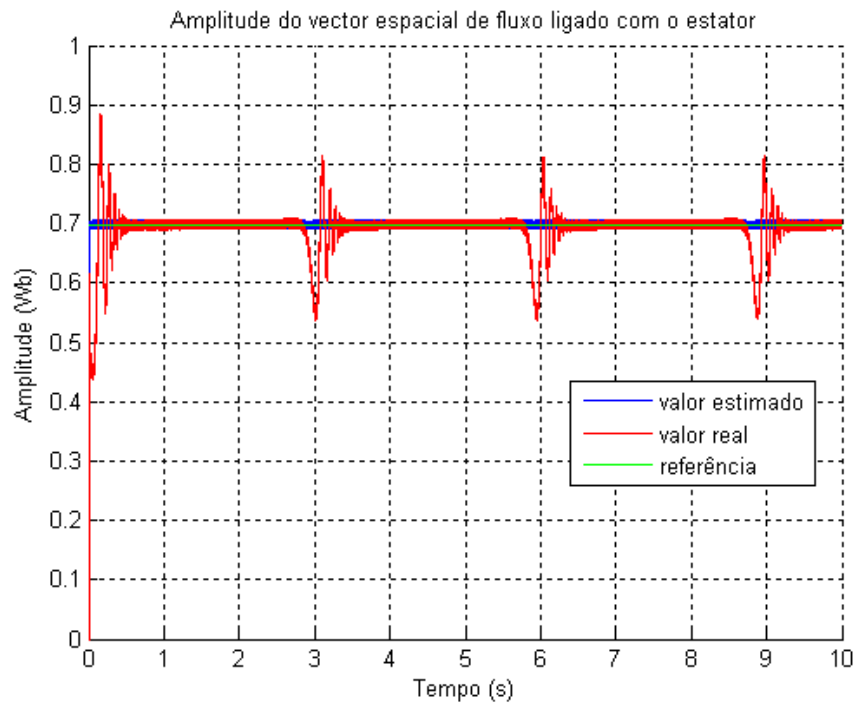


Figura 4.53: Regime 6,  $R'_s = \frac{3}{4} \cdot R_s$ ,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

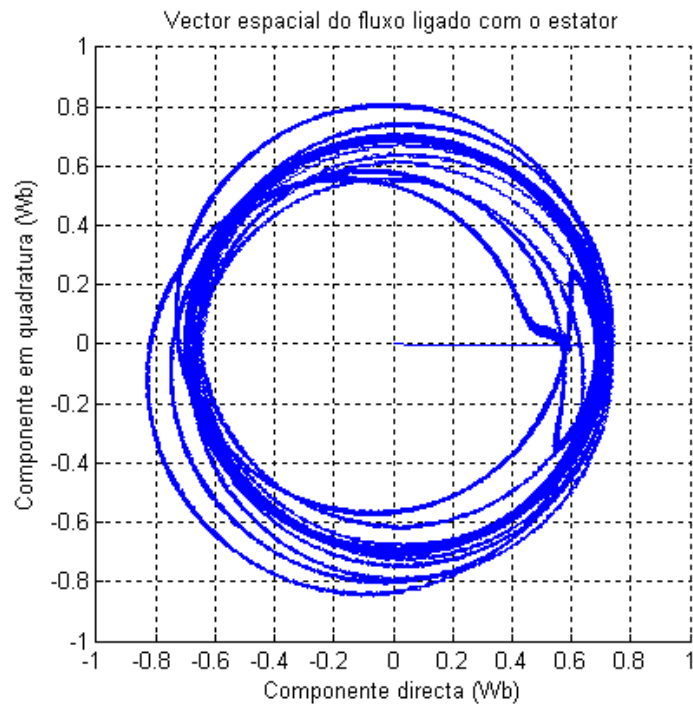


Figura 4.54: Regime 6,  $R'_s = \frac{3}{4} \cdot R_s$ ,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$



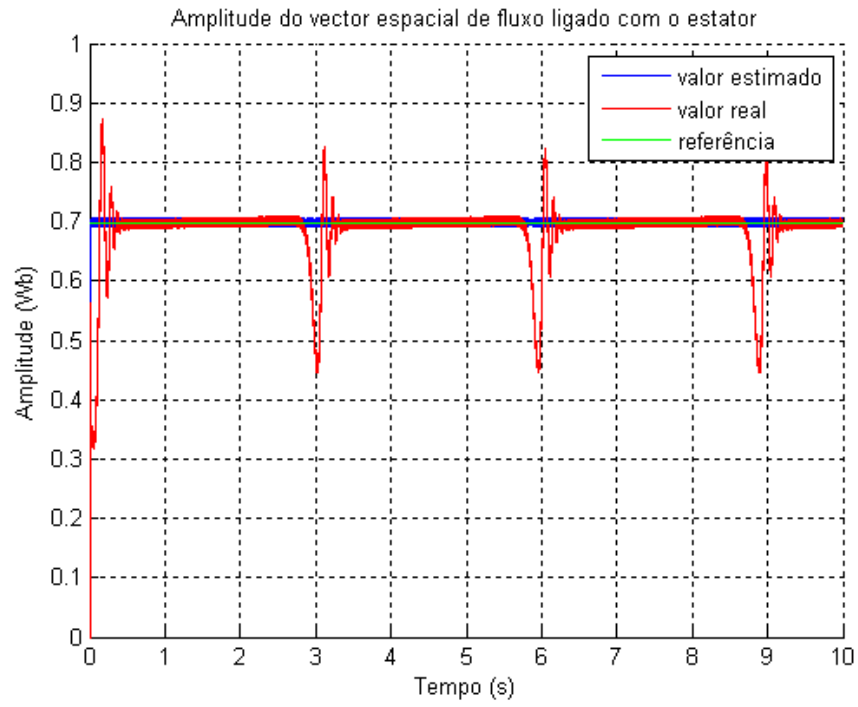


Figura 4.55: Regime 6,  $R'_s = \frac{1}{2} \cdot R_s$ ,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

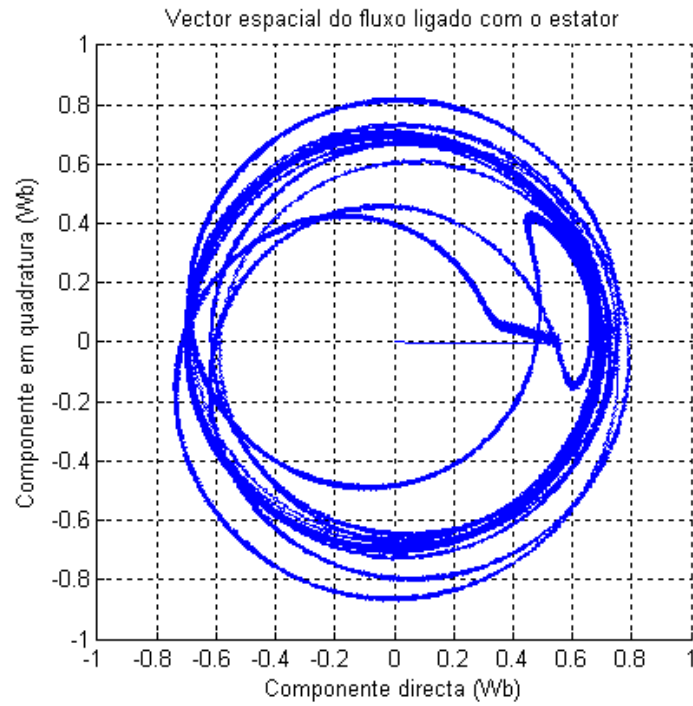


Figura 4.56: Regime 6,  $R'_s = \frac{1}{2} \cdot R_s$ ,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

As frequências de comutação<sup>9</sup> verificadas nas simulações foram compiladas nas figuras 4.57-4.68 e demonstram que, em geral, a frequência de comutação aumenta à medida que as bandas de histerese de fluxo e binário se estreitam, independentemente do regime em que se encontram.

Em relação à influência da velocidade na frequência de comutação - comparação entre regime 3, 4 e 5 - verifica-se que a frequência de comutação varia com a velocidade e a julgar pelos dados reunidos, demonstra duas tendências:

- A frequência de comutação demonstra ser inversamente proporcional à velocidade caso

$$R_{T_e} \in \left\{ 0 \ ; \ 0,01 \ ; \ 0,03 \right\}$$

- A frequência de comutação revela ser directamente proporcional à velocidade se

$$R_{T_e} \in \left\{ 0,05 \ ; \ 0,10 \ ; \ 0,15 \right\}$$

Logo, os comportamentos diferem consoante o valor do rácio (da banda de histerese do controlador de binário), em particular, entre os valores 0,03 e 0,05. Entre estes valores situa-se o valor mínimo estipulado anteriormente a partir do qual seria garantido o funcionamento adequado do controlo histerético.

O regime 6 revela frequências de comutação compreendidas entre os máximos e mínimos das frequências de comutação obtidas nos regimes 3, 4 e 5. É compreensível que tal aconteça porque, no regime 6, a velocidade é sinusoidal, logo, abrange todos os valores até à sua amplitude, ou seja, se a frequência de comutação varia com a velocidade, a frequência de comutação no regime 6 vai variar de modo desigual ao longo do tempo, i.e., a taxa de variação da frequência vai ter múltiplos máximos e mínimos relativos. Logo, a frequência de comutação nunca será superior à frequência de comutação verificada a uma velocidade constante que coincida com um máximo da taxa de variação da frequência de comutação. De igual modo, a frequência de comutação nunca será inferior à frequência de comutação verificada a uma velocidade constante que coincida com um mínimo da taxa de variação da frequência de comutação.

O DTC demonstra ser uma solução robusta para o controlo de fluxo e binário da máquina assíncrona, em particular, caso a condição (4.4) seja cumprida e mediante uma medição correcta da resistência dos enrolamentos do estator. No entanto, existe um compromisso a fazer entre a qualidade do controlo e a frequência de comutação. A qualidade (precisão e exactidão) do controlo depende dos valores da banda de histerese dos controladores de fluxo e binário, que por sua vez afectam a frequência de comutação. Esta é normalmente limitada pelo ondulator, o que restringe determinados valores das bandas de histerese. Logo, a melhor maneira de escolher os valores das bandas de histerese é combinar o resultado de (4.4) e (4.6) com os gráficos das figuras 4.57-4.68, que fazem a correspondência entre frequência de comutação média e os valores das bandas de histerese, e verificar quais os pontos de funcionamento que não excedem a frequência de comutação limite imposta pelo ondulator, ou seja, deve-se proceder à determinação do valor mínimo da banda de histerese de cada controlador que garanta um controlo histerético eficaz e proceder a compromissos até que a frequência de comutação média seja aceitável, nomeadamente através do aumento da banda de histerese do controlador de fluxo.

Assim, a partir das figuras 4.57-4.68, e sem tecer considerações em relação à distorção das correntes, perdas na máquina ou perdas no ondulator, os valores das bandas de histerese mais indicados são tais que:  $R_{T_e} = 0,05$  e  $R_\psi = 0,05$ . Os resultados, para este par de valores, apresentam a menor ondulação do binário electromagnético verificada e a uma frequência de comutação relativamente baixa.

<sup>9</sup>A noção de frequência de comutação aqui utilizada representa a frequência de comutação (média) mais elevada verificada nos três braços do ondulator. Logo, depreende-se da afirmação anterior que as frequências de comutação não são necessariamente iguais de braço para braço.

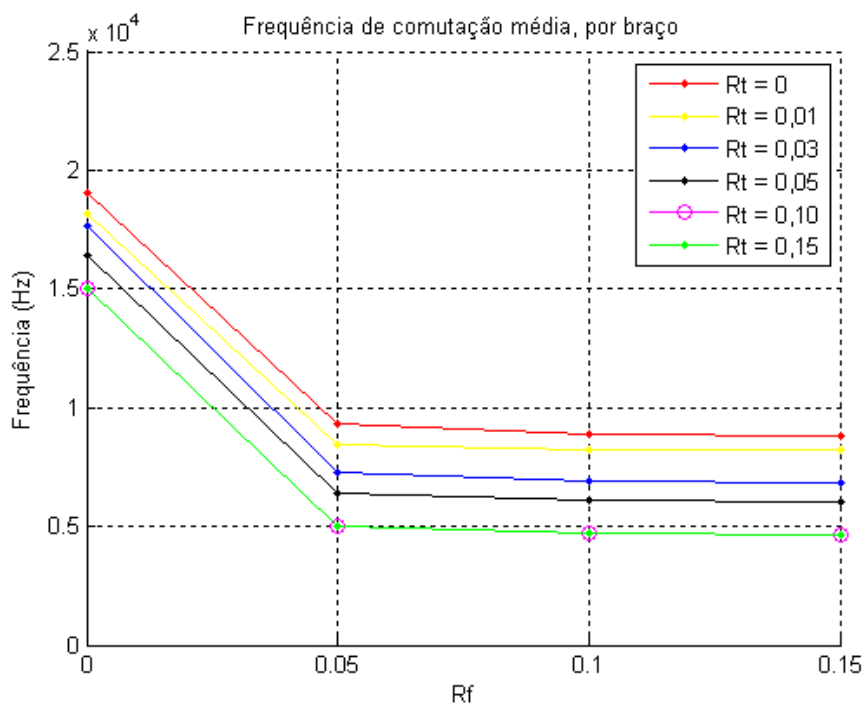


Figura 4.57: Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 1

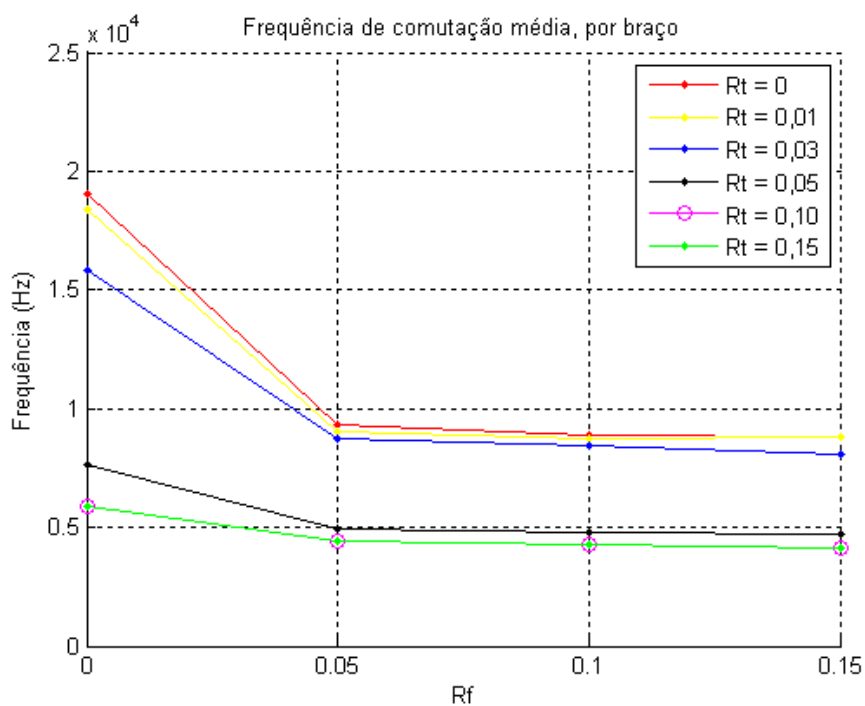


Figura 4.58: Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 2

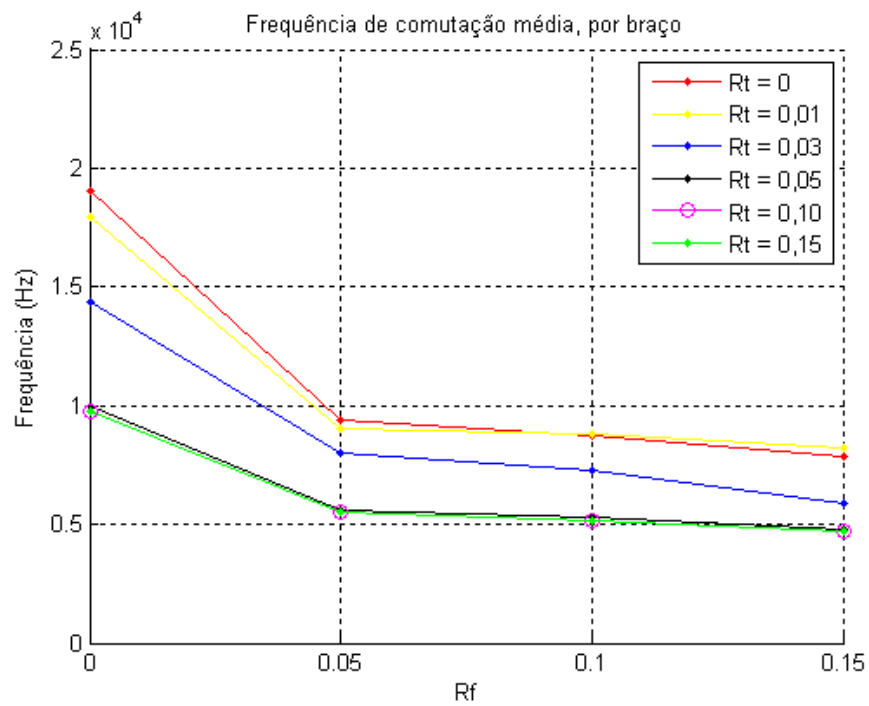


Figura 4.59: Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 3

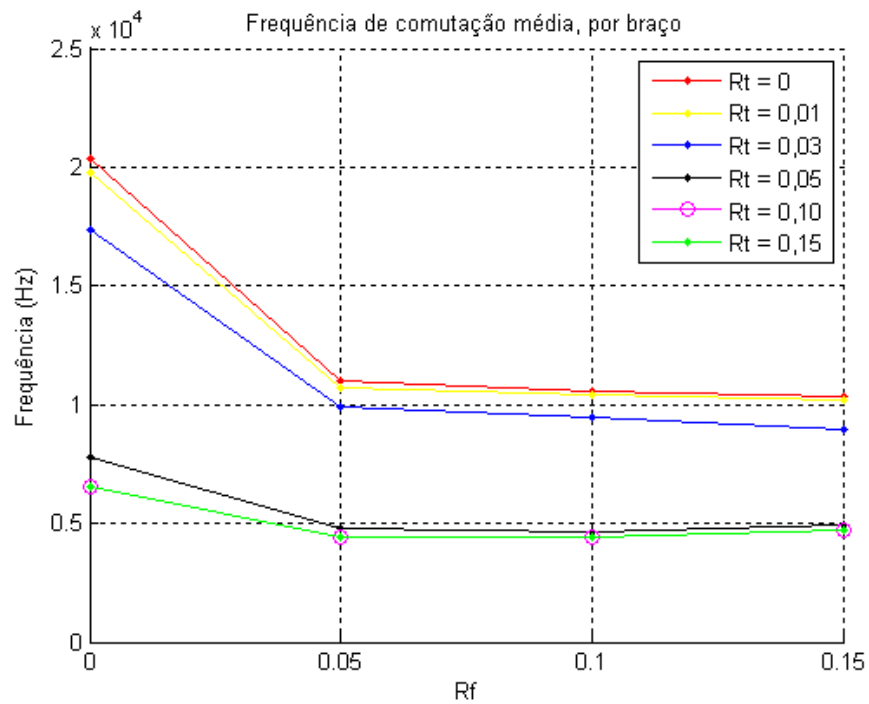


Figura 4.60: Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 4

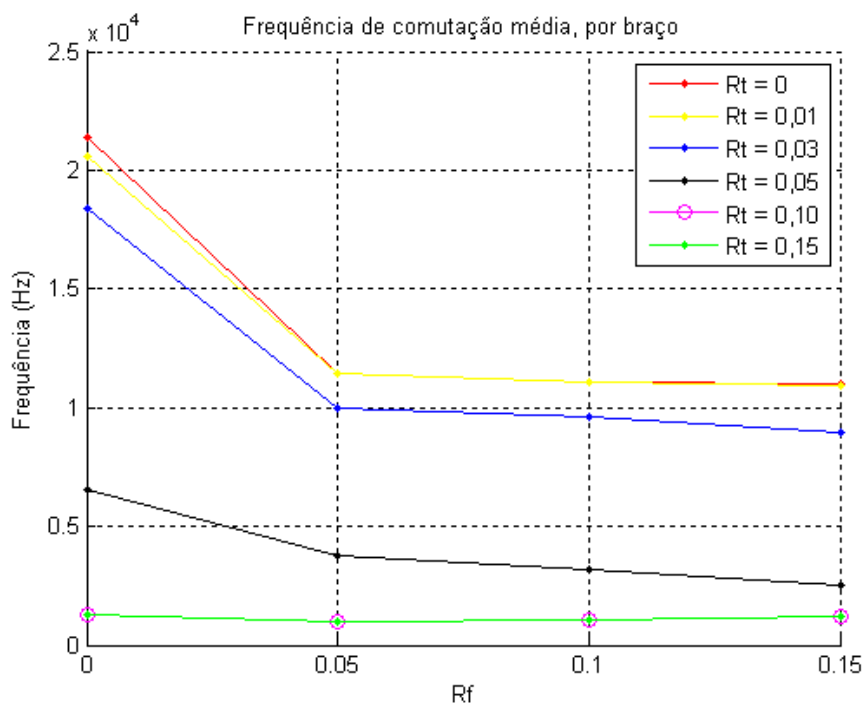


Figura 4.61: Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 5

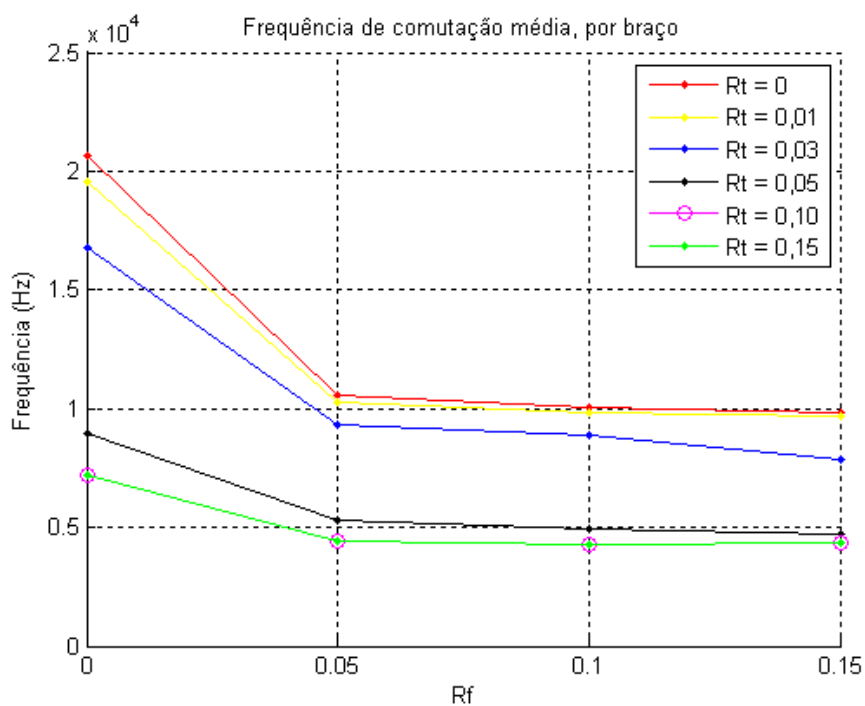


Figura 4.62: Frequência de comutação média em função das bandas de histerese, para o regime 6

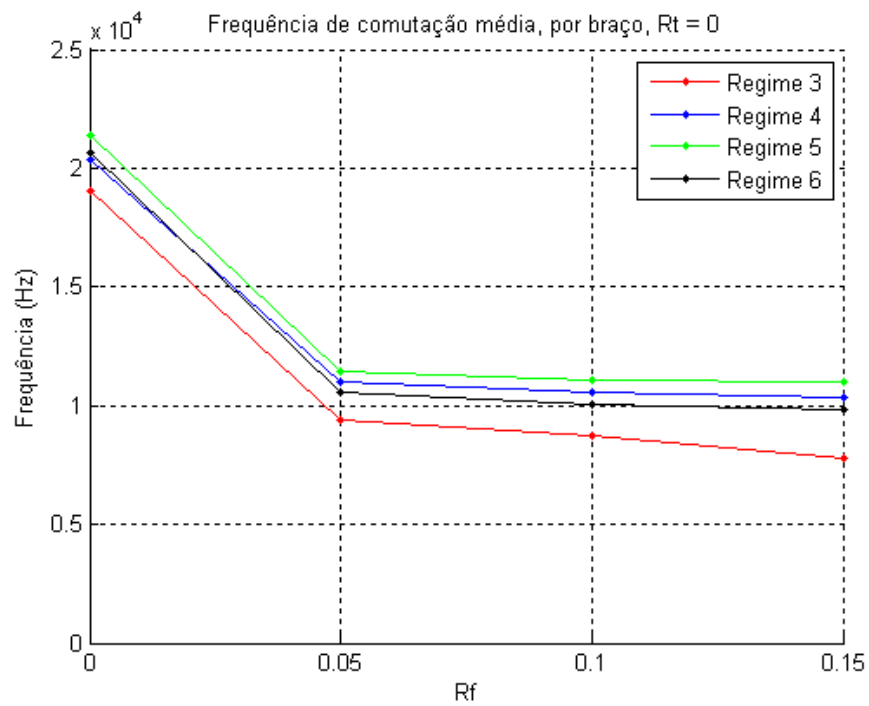


Figura 4.63: Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes

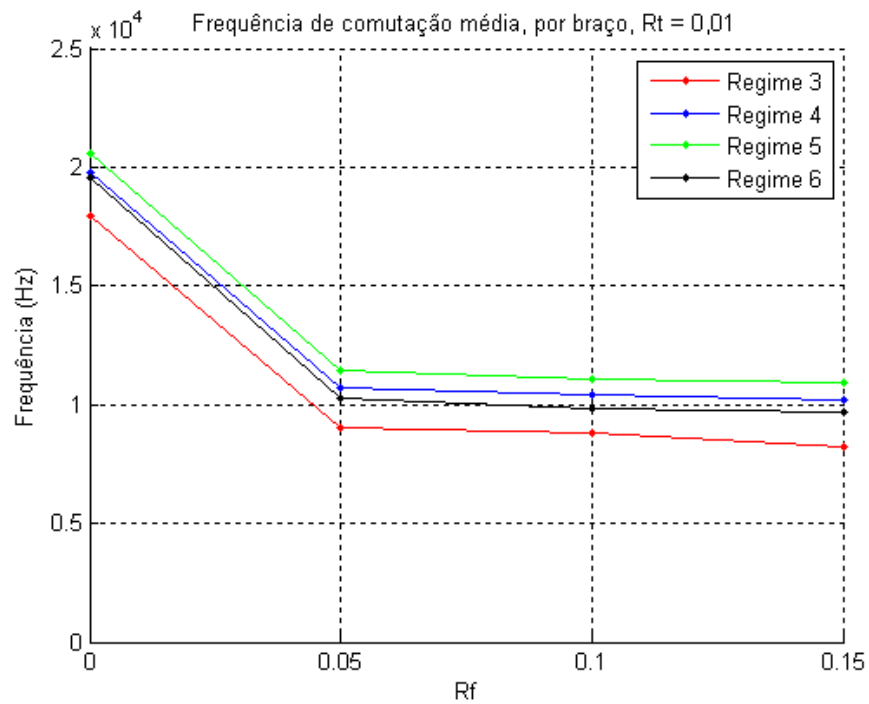


Figura 4.64: Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes

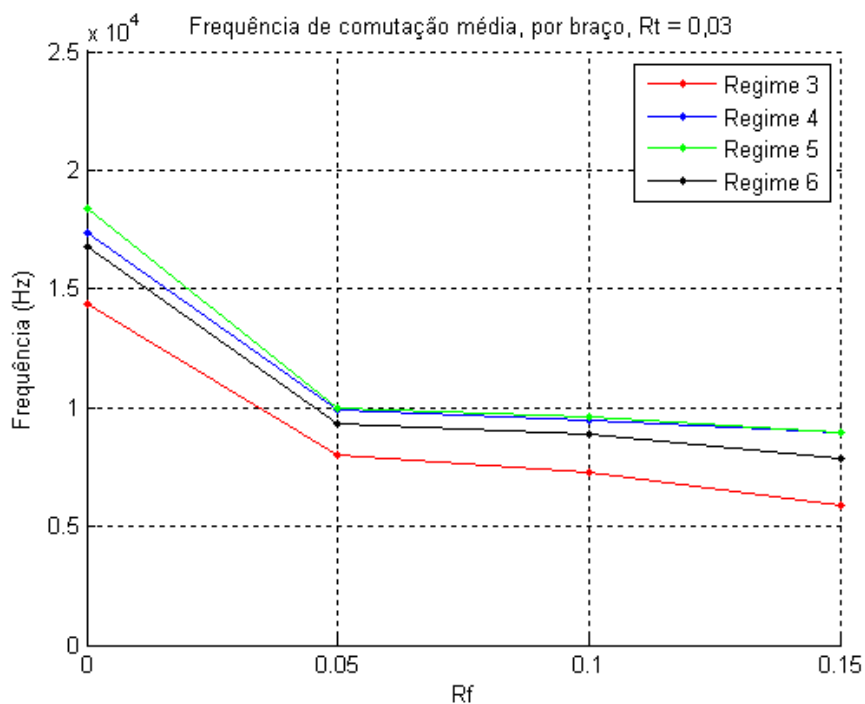


Figura 4.65: Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes

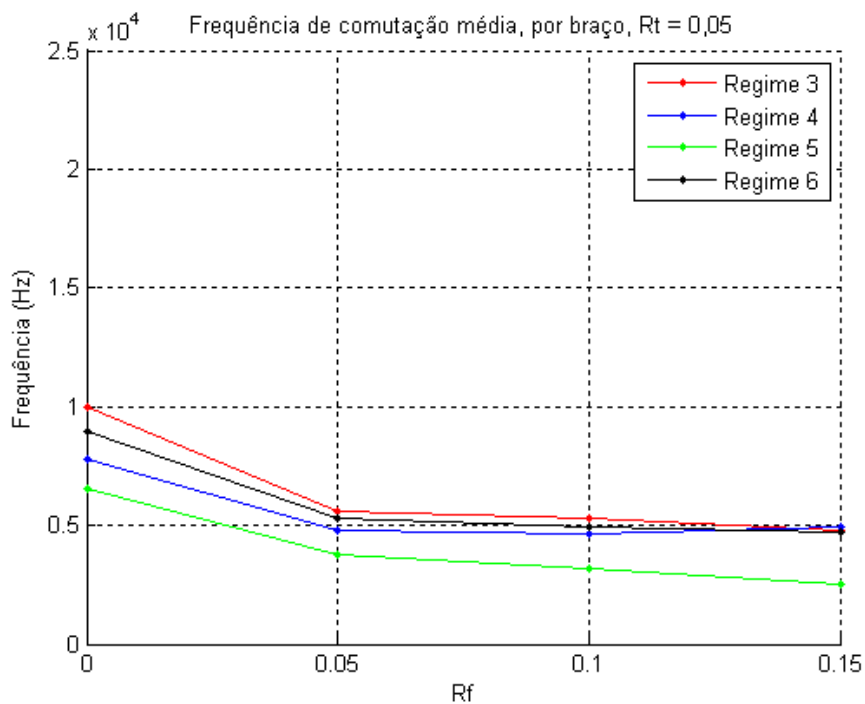


Figura 4.66: Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes

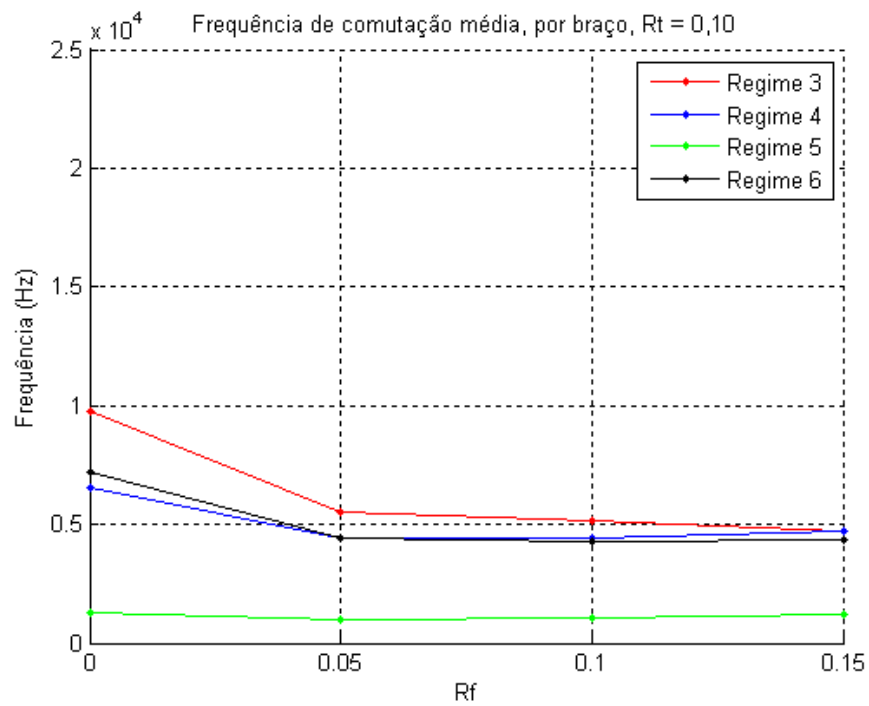


Figura 4.67: Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes

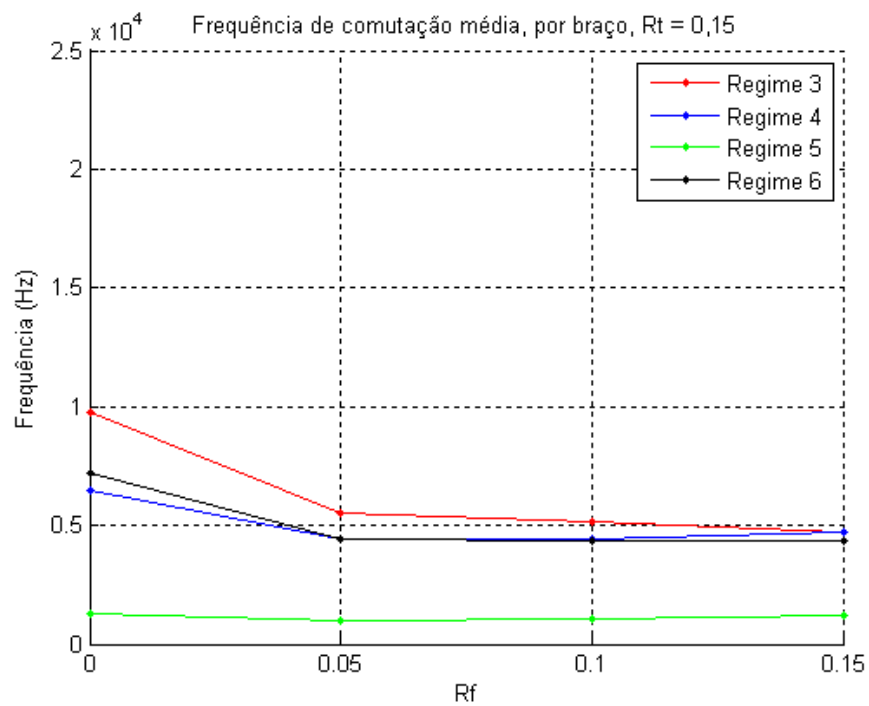


Figura 4.68: Comparação das frequências de comutação médias nos diferentes regimes



## 4.3 Síntese

Os resultados das simulações permitem concluir que:

- O controlo de fluxo é aproximadamente exacto e a sua precisão é inversamente proporcional ao valor da banda de histerese do controlador de binário. Contudo, ao utilizar um controlador de binário de três níveis, verificam-se quebras no fluxo, isto é, perda de controlo, em particular durante o arranque;
- A utilização de um controlador de binário de três níveis permite, para valores iguais da banda de histerese, reduzir consideravelmente a ondulação do binário electromagnético face a um controlador de binário de dois níveis mas por outro lado, aumenta o erro entre a referência e a componente DC do binário electromagnético, erro este que pode ser quantificado através de (4.9);
- O erro entre a referência e a componente DC do binário electromagnético traduz-se num controlo de binário pouco rigoroso, mas não afecta seriamente o controlo de velocidade, já que o controlador PI compensa eventuais erros;
- Em relação ao controlador de binário de três níveis, se a condição (4.4) se verificar, a ondulação do binário electromagnético fica sensivelmente contida na banda de histerese;
- A utilização de medições incorrectas da resistência do estator provoca erros na estimação do fluxo e consequentemente, na estimação do binário electromagnético;
- A frequência de comutação é inversamente proporcional à largura de banda dos controladores de histerese de fluxo e binário;
- A frequência de comutação é directamente proporcional à velocidade mecânica da máquina, desde que a condição (4.4) se verifique, caso contrário é inversamente proporcional à velocidade mecânica da máquina;
- Se a condição (4.4) se verificar, a frequência de comutação obtida com um controlador de binário de três níveis é inferior à frequência de comutação obtida com um controlador de dois níveis, caso contrário os resultados são inconclusivos e não permitem uma generalização.

Os resultados permitem também determinar os valores mais adequados para as bandas de histerese dos controladores de fluxo e binário. Para tal, recorrem-se a figuras como as figuras 4.63-4.68, e excluem-se os pontos cuja frequência de comutação ultrapassa a frequência de comutação máxima admissível do ondulator e os pontos que não verificam (4.4) e (4.6). A partir deste passo, e tendo em conta a expressão (4.9), escolhem-se os valores das bandas de histerese que permitam o controlo mais rigoroso (banda de histerese estreita) ou os que permitam obter frequências de comutação de um patamar inferior (banda de histerese larga). Neste passo, podem ser levadas em conta considerações energéticas, como as perdas de comutação no ondulator ou perdas por conteúdo harmónico indesejado na máquina, para justificar uma das opções. Idealmente, isto é, se a frequência de comutação não o impedir, a solução para a primeira situação (banda de histerese estreita) coincide com os valores obtidos em (4.4) e (4.6), isto é,  $R_{T_e} = R_{T_{MIN}}$  e  $R_\psi = R_{\psi_{MIN}}$ <sup>10</sup>. Estas conclusões são válidas para utilização com uma máquina e mediante uma determinada implementação se os gráficos utilizados tiverem sido obtidos com uma máquina com as mesmas características e mediante uma implementação que opere à mesma frequência de amostragem.

<sup>10</sup>Na verdade, os valores obtidos em (4.4) e (4.6) não foram testados, por isso, a consequência lógica é utilizar os valores (superiores) mais próximos.



## Capítulo 5

# Implementação

Neste capítulo, descrevem-se os vários aspectos da concepção do VSD, a começar pela arquitectura. Em seguida, tecem-se algumas considerações em relação ao que foi necessário planear, montar, programar e comentam-se os resultados obtidos.

### 5.1 Arquitectura

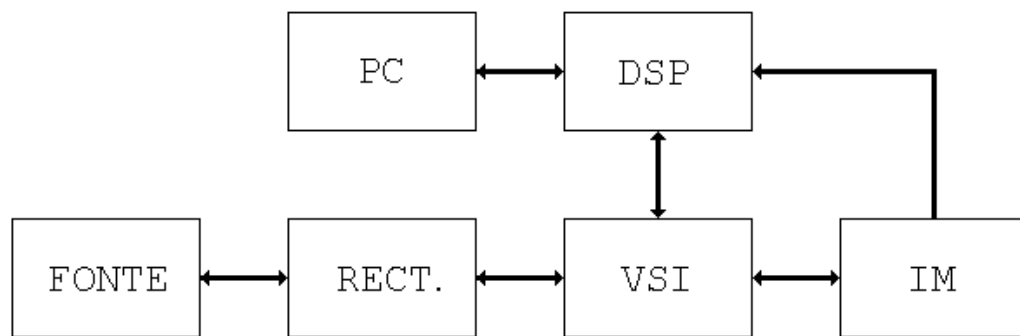


Figura 5.1: Diagrama do VSD com os seus componentes discriminados

A implementação de um VSD envolve diversos componentes cujas interações permitem realizar um determinado algoritmo. No diagrama da figura 5.1 estão indicados os vários componentes necessários para a implementação de um VSD, que se passam a descrever:

- Computador pessoal (PC) ou dispositivo dedicado;
- Processador de sinais digitais (DSP);
- Ondulador de tensão em ponte (VSI), travão eléctrico e transdutores de corrente e tensão;
- Fonte de energia (FONTE);
- Rectificador (RECT.);
- Máquina Assíncrona (IM), conta-rotações e dinamómetro.

As interações entre os diversos componentes devem ser previstas de forma a garantir, na medida do possível, independência da comunicação, modularidade, segurança e não propagação de erros em caso de

falha de um componente. É de particular importância frisar a necessidade de garantir isolamento galvânico entre a parte de controlo e portanto, de baixa potência, e a parte electromecânica e de elevada potência, tanto ao actuar no ondulator e no travão eléctrico como na medição de grandezas eléctricas e consequente amostragem, porque sem esse isolamento, uma avaria na parte electromecânica poderia provocar danos irreversíveis nos restantes componentes.

Por outro lado, a interrupção física de uma linha de comunicação digital não deve traduzir-se num valor lógico errado e potencialmente nocivo para o componente a jusante, daí ser necessário ter em consideração a independência do módulo em relação à comunicação.

A modularidade deve também ser garantida pois alguns componentes estão sujeitos a um maior desgaste e a sua eventual substituição é economicamente mais viável do que a substituição de todos os componentes do sistema.

A interacção entre o PC e o DSP requer a utilização de software que recorra um protocolo de comunicação compatível no PC e no DSP, e que permita o envio bidireccional de informação de forma segura e inteligível. O estabelecimento desta ligação deve permitir observar a evolução de determinadas variáveis do DSP a um ritmo que não interfira com as tarefas deste, afectar parâmetros e referências do controlo, assim como suspender o funcionamento do accionamento. Logo, será necessário delinear um esquema de comunicação para além da camada inferior responsável pelo envio de tramas de informação.

A interacção entre o DSP e o ondulator (VSI) deve garantir a actuação nos braços do ondulator (e no travão eléctrico, embora a implementação não inclua o travão eléctrico) e caso o ondulator esteja preparado para tal, deve também permitir o envio de sinais de falha para o DSP. A comunicação deve ser feita através de dispositivos intermédios, e.g. *optocouplers*, de modo a garantir o isolamento galvânico, como referido anteriormente. Adicionalmente, é necessário amostrar em segurança os sinais que representam as grandezas eléctricas à saída e à entrada do ondulator, nomeadamente a tensão do barramento DC e pelo menos duas das correntes de fase da máquina.

A interacção entre a máquina (IM) e o DSP representa a amostragem de sinais que correspondam a variáveis mecânicas, como a velocidade e o binário, logo, a comunicação é unidireccional.

A interacção entre os restantes elementos é simples. No entanto, a ligação destes elementos uns aos outros deve ser curta de modo a evitar o aparecimento de indutâncias.

## 5.2 Hardware

Na implementação, utilizou-se um processador de sinais digitais TMS320F2808 da Texas Instruments, inserido num *kit* da Spectrum Digital. Este *kit* oferece numerosas funcionalidades I/O e ainda vários canais para conversão de sinais analógicos até 3,0V para formato digital. É alimentado a +5V, e todas as suas entradas/saídas digitais funcionam em lógica CMOS de +3,3V.

O ondulator utilizado é um FSAM20SH60A da Fairchild Semiconductor. Este ondulator admite uma potência máxima de 1,5 kW, frequências de comutação típica até 15 kHz, tensões DC até 450V e permite detecção de curto-circuitos e de tensões baixas na parte de controlo. Os sinais de entrada para comando dos dispositivos comutáveis do ondulator são compatíveis com lógica CMOS de +5V.

A comunicação digital entre o DSP e o VSI inclui os sete (seis do ondulator propriamente dito e um do travão eléctrico) sinais de comando dos dispositivos comutáveis (G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7), um sinal de falha (FO) e um *enable* (E) externo, não propriamente proveniente do VSI, que serve de sinal de emergência manual. A alimentação dos *optocouplers* é feita pelo lado que recebe a informação, ou seja, pelo lado do DSP no caso do FO e E, e pelo lado do VSI, no caso dos sinais de comando. O mesmo se verifica com os transdutores de corrente e tensão utilizados para converter as grandezas eléctricas verificadas no

ondulador em sinais passíveis de serem amostrados, que são alimentados, respectivamente, pelo lado do DSP e independentemente<sup>1</sup>.

As figuras 5.2 e 5.3 representam as ligações eléctricas a realizar entre o DSP e o VSI, embora ocultando detalhes como a presença de condensadores de desacoplamento, reguladores de tensão, resistores de *pull-up*, entre outros.

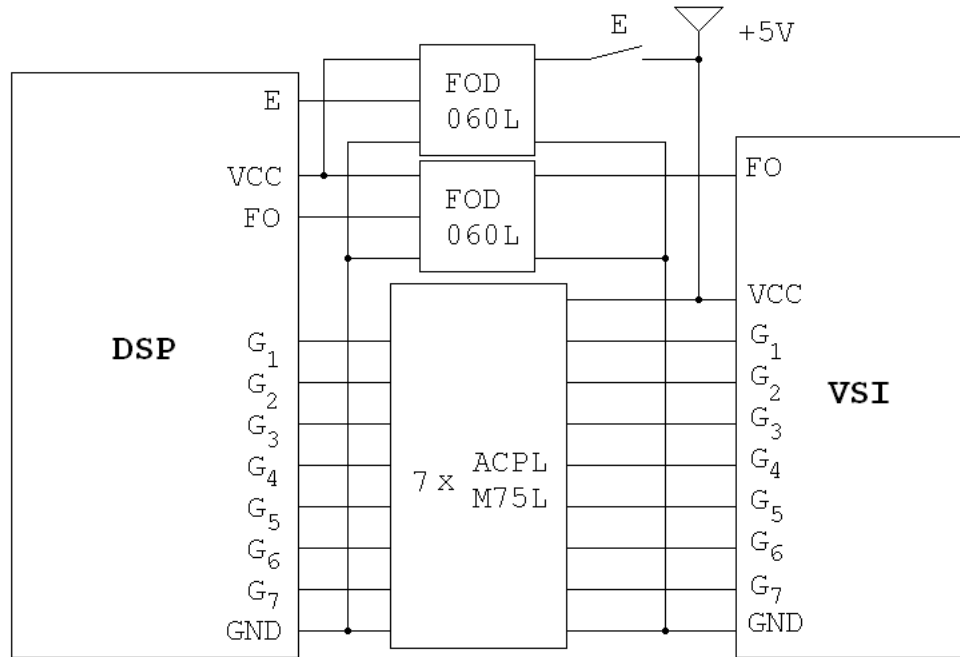


Figura 5.2: Diagrama eléctrico da comunicação digital entre DSP e VSI

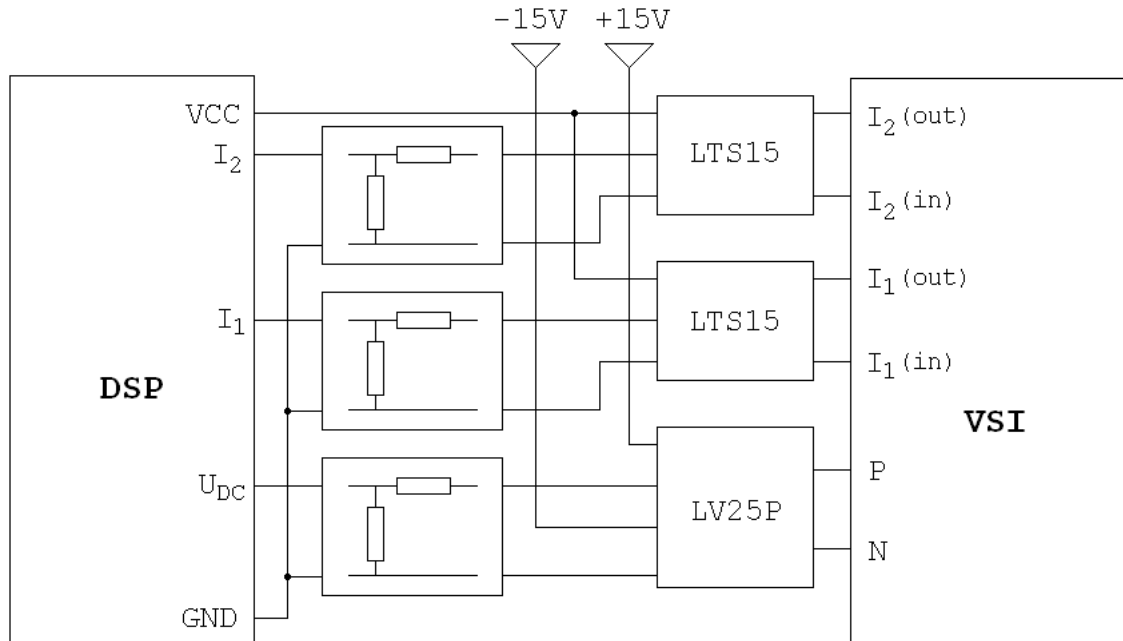


Figura 5.3: Diagrama eléctrico da amostragem de sinais entre DSP e VSI

<sup>1</sup>A alimentação do transdutor de tensão é garantida por uma fonte independente, já que o DSP não fornece nem tensões bipolares nem a amplitude desejada, isto é, +15V e -15V.

Os *optocouplers* utilizados para os sinais de comando são os ACPL-M75L da Avago Technologies, enquanto os *optocouplers* relativos ao sinal de falha e ao *enable* são os FOD060L da Fairchild Semiconductor. Os primeiros são inversores CMOS e detectam lógica a +3,3V à entrada, ideal para o DSP escolhido, enquanto que a saída funciona a +3,3V ou +5V, consoante a alimentação, sendo que o último valor os torna ideais para o ondulator escolhido. Os segundos são dispositivos LVC MOS a +3,3V, e portanto, compatíveis com as entradas do DSP, e reagem a correntes baixas à entrada, o que é conveniente visto que o sinal de falha do ondulator é proveniente de uma saída de tipo colector aberto e de baixa corrente (inferior a 1mA).

Os transdutores de corrente e tensão utilizados são, respectivamente, os LTS15-NP e LV25-P da LEM. Os primeiros são alimentados a +5V e os segundos a +15V e -15V, logo a amplitude à saída de cada transdutor deve ser limitada através de um divisor resistivo, devidamente dimensionado, para que a saída após o divisor não exceda +3,0V (tensão máxima admissível à entrada no ADC do DSP). Os transdutores devem ser cuidadosamente escolhidos consoante o seu valor nominal, de modo a que a amostragem das suas saídas permita obter a maior resolução possível. Neste caso, os transdutores de corrente foram sobre-dimensionados, já que o seu valor nominal excede consideravelmente o valor nominal da máquina de teste (máquina #1).

A ligação entre o PC e o DSP é feita a por comunicação série, utilizando um adaptador USB/RS232, sendo que o conector DB-9 é ligado ao DSP e o conector USB é ligado ao PC. A utilização deste adaptador permite ritmos de transmissão consideravelmente superiores aos obtidos com um simples cabo série e tem a vantagem de não precisar de um computador com porta série, viabilizando a utilização da maioria dos computadores portáteis.

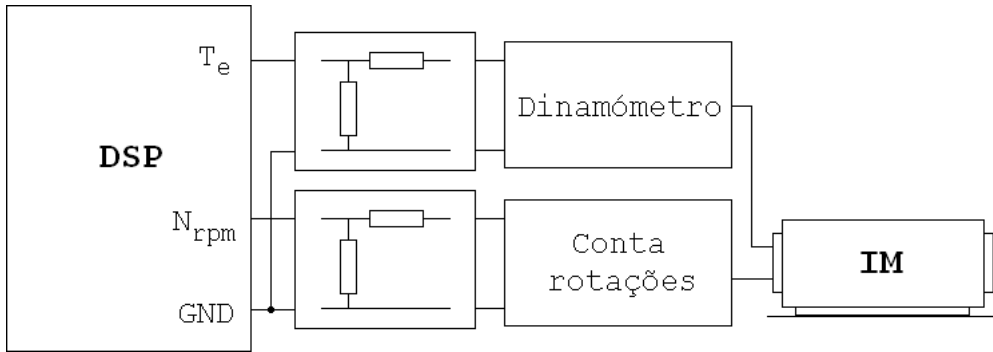


Figura 5.4: Diagrama eléctrico da amostragem de sinais entre DSP e IM

Os sinais que correspondem a grandezas mecânicas da máquina podem ser amostrados directamente ou, se necessário utilizando um divisor resistivo entre o aparelho de medida e o DSP - ver figura 5.4.

O circuito integrado do ondulator apresenta um padrão irregular tanto na distância entre pinos como no tamanho destes, logo, para que a sua utilização seja feita em segurança, deve ser projectada uma placa de circuito impresso na qual será inserido o ondulator. Este projecto deve ter em consideração as informações referidas no *datasheet* do ondulator, e especial atenção deve ser dada ao dimensionamento das pistas, pois algumas destas serão percorridas por correntes de alguns amperes. As entradas e saídas do PCB devem ser feitas através de conectores padrão, de forma a promover a modularidade do sistema.

$$\overline{FO} = \overline{G_1} \cdot \overline{G_2} + \overline{G_3} \cdot \overline{G_4} + \overline{G_5} \cdot \overline{G_6} \quad (5.1)$$

A realização de testes num circuito de elevada complexidade, como o ondulator, onde um erro pode traduzir-se em danos irreversíveis no dispositivo, é algo que se deve evitar nas fases iniciais do desenvolvimento do sistema. Assim, desenvolveu-se um circuito de teste, que através de funções lógicas simples, é capaz de

devolver um sinal cujo valor lógico representa a condição de falha (FO) - ver (5.1). Deste modo, foi possível testar a situação de falha sem a ter de provocar no ondulator.

O rectificador escolhido foi um 26MT100 da International Rectifier, ou seja, é um rectificador trifásico em ponte que aguenta até 26 A de corrente de saída e até 1000 V de tensão (de pico) inversa. No barramento DC foram utilizados dois condensadores ALS31A222NF450 da BHC, para alisamento. São condensadores electrolíticos de alumínio de  $2200\ \mu F$  cada, para tensões DC até 450 V. De forma a evitar correntes elevadas durante o carregamento inicial dos condensadores, e de forma a possibilitar a regulação do nível de tensão no barramento DC, a entrada trifásica foi regulada a partir de um auto-transformador trifásico.

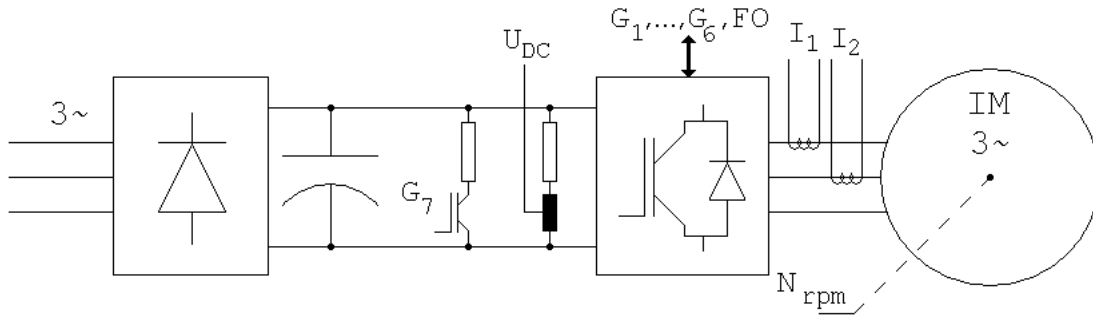


Figura 5.5: Diagrama geral da parte de electromecânica da implementação

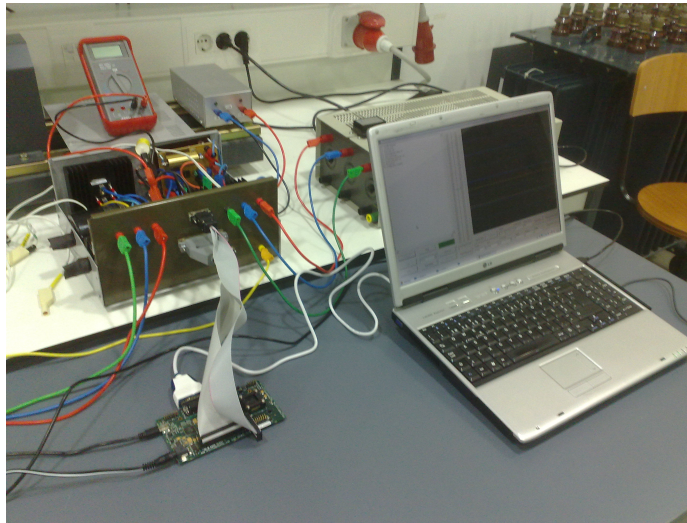


Figura 5.6: Fotografia da implementação prática

Os componentes foram montados numa caixa metálica pintada, que apesar de ser pequena, permitiu acomodar o rectificador, os condensadores, os *optocouplers*, o ondulator e os transdutores de corrente e tensão, onde foram testados um a um, na medida do possível. O ondulator, ao ser submetido a pulsos como os da figura 2.23, devolveu imediatamente o sinal de falha, apesar de a mesma sequência de pulsos não ter provocado o sinal de falha com o circuito de teste. Este sinal representa uma situação de tensão baixa na alimentação da parte de controlo do ondulator ou um curto circuito na parte de potência do ondulator, que ao ser gerado, desactiva as entradas digitais, o que não permite continuar a operação. Não sendo possível determinar a origem do erro nem substituir o equipamento, visto que o fabricante descontinuou o produto, a completa validação experimental ficou comprometida. Não havendo tempo útil para refazer todo o dimensionamento apresentar-se-ão os resultados experimentais obtidos no microprocessador.

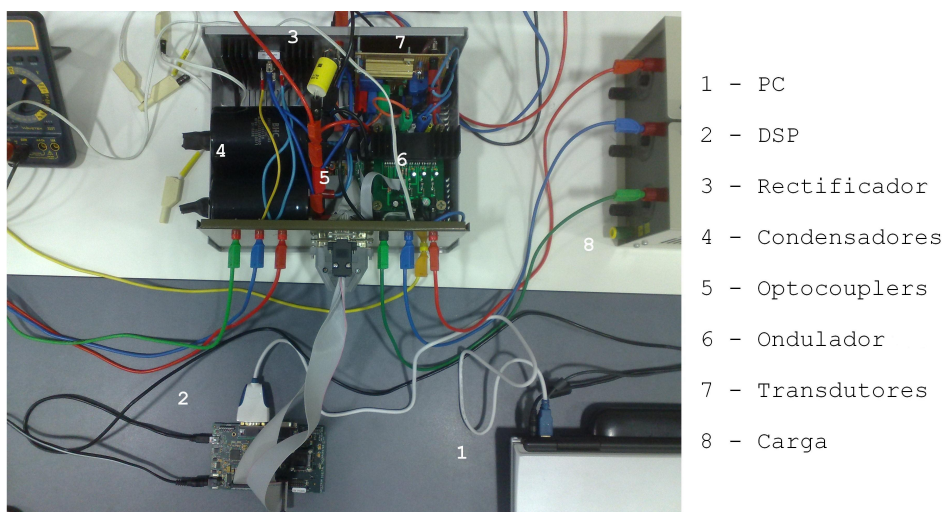


Figura 5.7: Fotografia do sistema

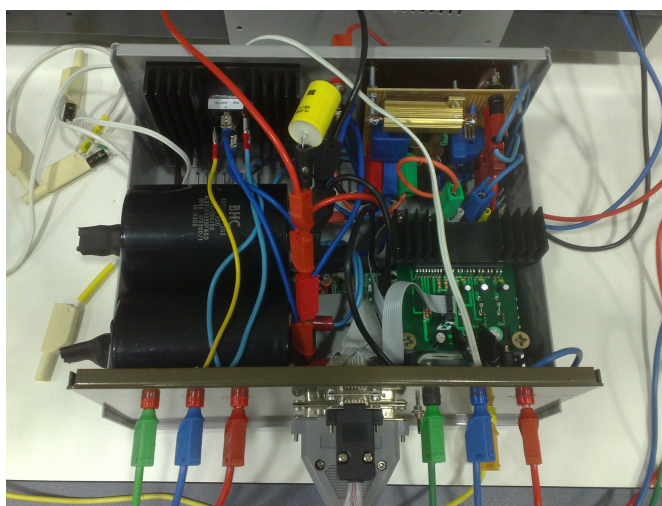


Figura 5.8: Fotografia da caixa utilizada para a montagem

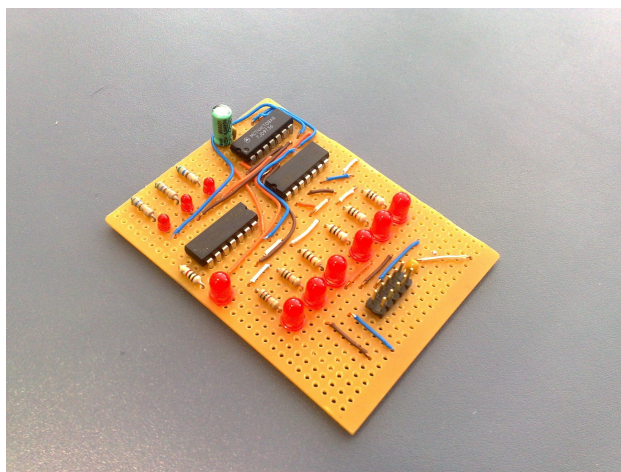


Figura 5.9: Fotografia do circuito de teste



## 5.3 Software

O software necessário ao funcionamento do accionamento diz respeito ao DSP e às suas interacções, nomeadamente com o computador (PC), o ondulador (VSI) e a máquina (IM).

A comunicação do DSP com o PC é feita por comunicação série, e envolve a criação de software distinto para PC e DSP, como a versão cliente e versão servidor de um programa.

A aplicação para o PC - ver figura 5.10 - foi desenvolvida em Borland C++Builder 6 e utiliza a DLL fornecida com o adaptador USB/RS232 referido anteriormente. Na aplicação, é possível enviar diversas instruções ao DSP e também é possível receber e visualizar variáveis de vários tipos provenientes do DSP e a diversos ritmos, embora apenas seja possível receber uma de cada vez. O envio de informação é feito utilizando tramas onde 8 bits dos 10 bits dizem respeito a dados. A quantidade limitada de informação que cada trama transporta obrigou à criação de um conjunto de rotinas para facilitar o envio de informação em várias tramas, o que é particularmente útil para enviar variáveis de tamanhos diferentes. Contudo, é também necessário caracterizar cada trama consoante o seu significado e sequência, isto é, é necessário utilizar parte dos 8 bits de dados de uma trama para dizer se a trama faz parte de uma mensagem multi-trama ou se é simplesmente um pedido. Assim, apenas 6 dos 8 bits de dados dizem respeito aos dados que se deseja enviar.

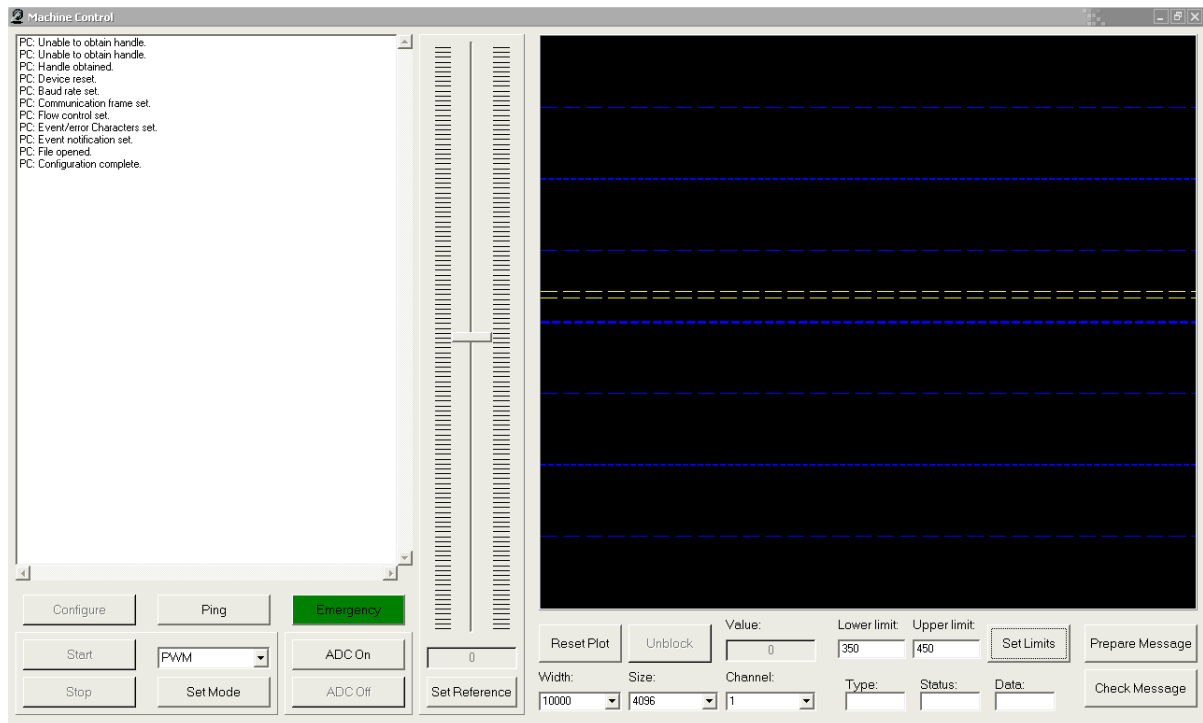


Figura 5.10: Aspecto da janela do programa de controlo da máquina

A programação do DSP é feita no ambiente Code Composer Studio 3.1.0. e é simultaneamente de mais baixo nível e mais complexa pois envolve tarefas distintas (amostragem, actuação, comunicação série, monitorização, etc), onde nenhuma deve impedir o funcionamento adequado das restantes. Em relação à comunicação série, a recepção de tramas é feita por *interrupt* de forma a não bloquear o processador. Por outro lado, o envio de informação para o PC deve ser feito com moderação pois o envio a ritmos elevados pode ocupar o processador ao ponto de interferir com as restantes tarefas.

O código relativo ao algoritmo do DTC é executado periodicamente através da geração de *interrupts*, de forma a garantir uma frequência constante e o mínimo de *jitter* possível. O fluxograma da figura 5.11

representa a ordem da execução de cada passo do algoritmo. As variáveis começam por ser inicializadas, e em seguida são processadas as amostras, isto é, tensão e correntes. Posteriormente, estimam-se as variáveis cruciais para o algoritmo, nomeadamente, binário electromagnético e o vector espacial de fluxo ligado com o estator. A partir destas estimativas, determina-se o estado do ondulador a impor no próximo ciclo, e o processo repete-se até que seja dada ordem em contrário.

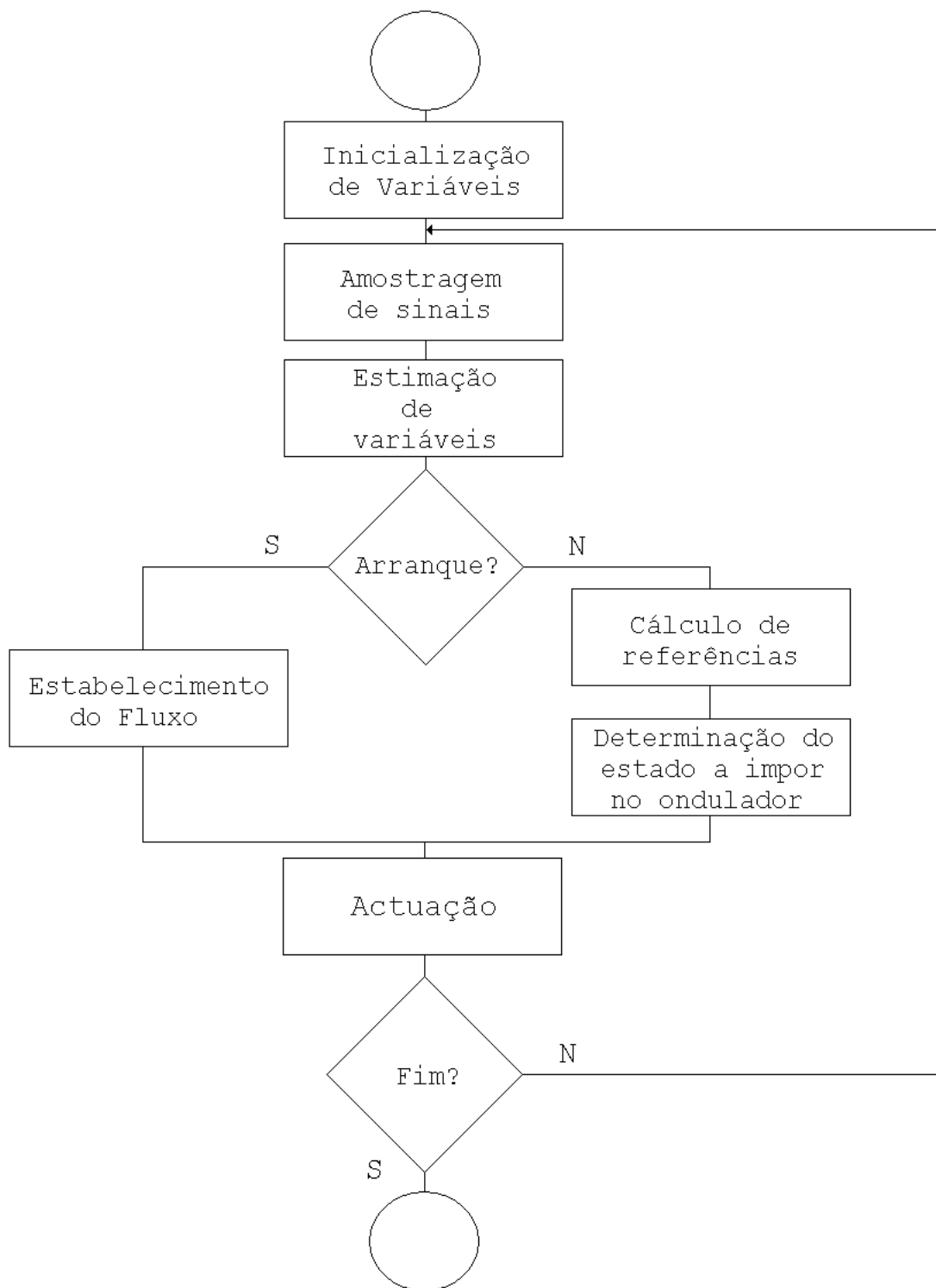


Figura 5.11: Fluxograma da implementação do DTC

O algoritmo, apesar de parecer simples no fluxograma, inclui várias operações matemáticas delicadas e demoradas. Estas deveriam ser executadas em processadores com unidade de vírgula flutuante (FPU, *floating point unit*) de forma a garantir simultaneamente a resolução adequada e a maior velocidade de execução possível, mas como o DSP é da família C28xx da TI, não inclui uma unidade de vírgula flutuante, o que condiciona a implementação. Contudo, a TI disponibiliza uma biblioteca (IQmath) que implementa uma unidade de vírgula flutuante, embora virtual. Esta biblioteca facilita a conversão de algoritmos concebidos originalmente para correr em processadores com FPU, melhorando o tempo de execução do código caso o processador não acomode uma FPU.

Em geral, a programação do DSP é relativamente simples pois os exemplos que acompanham o IDE são elucidativos e devidamente comentados. Adicionalmente, a TI disponibiliza uma biblioteca de controlo digital de motores, *Digital Motor Control Library*, que inclui vários métodos úteis para esta implementação (embora não inclua uma implementação do DTC), em particular um modelo discreto da máquina assíncrona, que possibilita o teste do algoritmo sem ligar todo o sistema.

A simulação do sistema, de certa forma comparável ao que foi feito anteriormente no MATLAB mas executado no DSP e em tempo real, serviu para comprovar a dificuldade na integração de sinais em regime discreto, em particular, a integração da força electromotriz do estator, ou seja, a estimação do vector espacial de fluxo ligado com o estator. Assim, devido à preponderância da qualidade da estimação do vector espacial de fluxo ligado com o estator no DTC, como referido no capítulo 3, não foi possível controlar binário e fluxo como se desejaria. Logo, a ausência de uma estimação de qualidade invalida ensaios com uma máquina assíncrona.

Contudo, é possível obter o controlo utilizando estimadores perfeitos, isto é, utilizando valores provenientes do modelo da máquina utilizado. Deste modo, consegue-se avaliar a qualidade de outras estimações.

O IDE utilizado permite acompanhar a evolução de variáveis armazenadas em memória no DSP (através de *probe points*, sendo estes não muito diferentes dos habituais *break points*) mas esta operação exige mais do processador. Esta funcionalidade permitiria comprovar as observações feitas no capítulo anterior em relação à influência da banda de histerese dos controladores de histerese no desempenho do DTC, caso o acompanhamento da evolução das variáveis em tempo real não fosse pernicioso para a aplicação no cumprimento da frequência do *interrupt*. Verificou-se que o acompanhamento das variáveis só é possível a um ritmo inferior à frequência de comutação, ou seja, não traduziria eficazmente as variações das variáveis. Logo, eventuais comentários a estes resultados teriam, à partida, validade ou objectividade limitada. No entanto, podem ser observadas nas figuras 5.12-5.18, as variáveis que traduzem o funcionamento (adequado) do algoritmo a um ritmo moderado. Os resultados obtidos são qualitativamente idênticos aos obtidos no capítulo anterior.

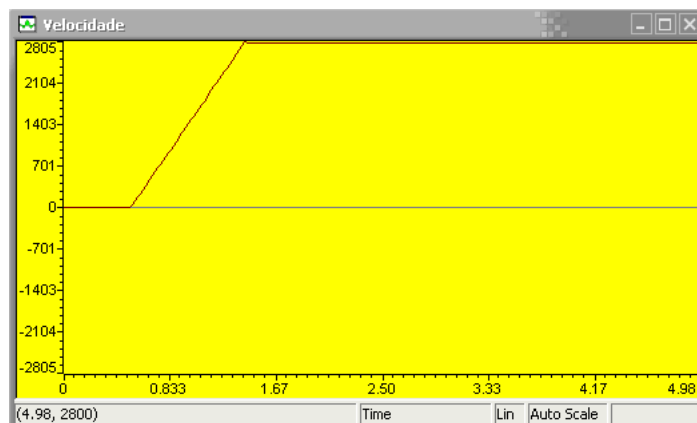


Figura 5.12: Velocidade mecânica da máquina assíncrona, em rotações por minuto,  $R_\psi = 0$ ,  $R_T = 0$

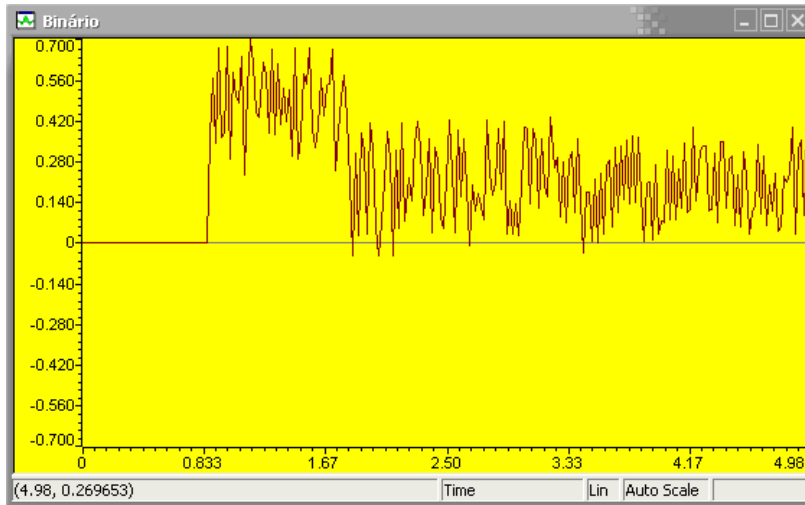


Figura 5.13:  $R_\psi = 0$  ,  $R_T = 0$

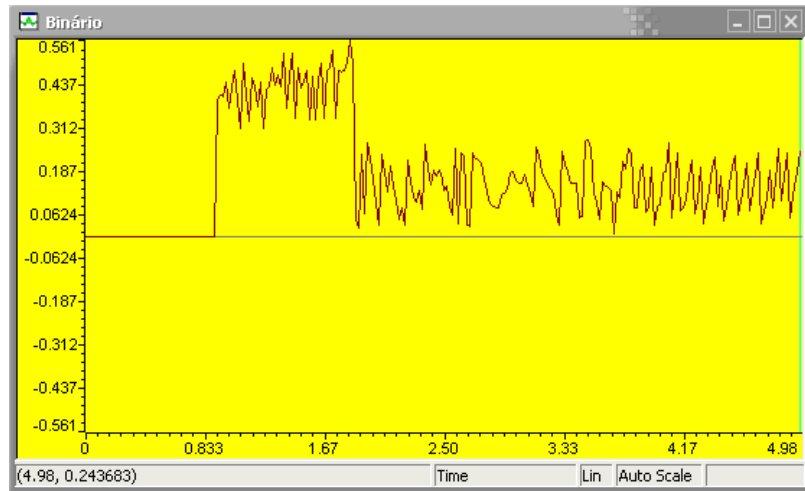


Figura 5.14:  $R_\psi = 0$  ,  $R_T = 0,05$

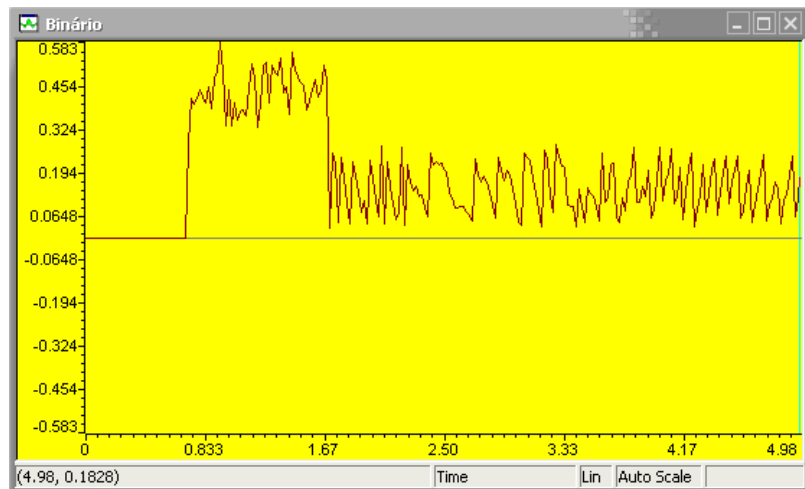
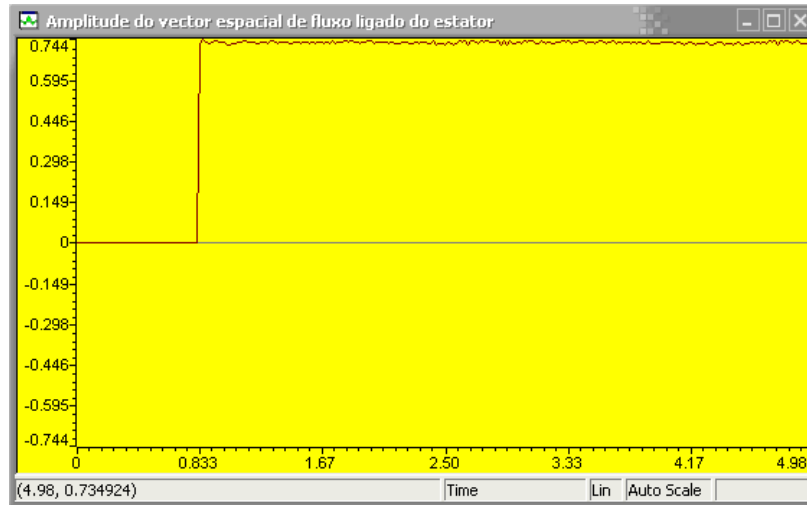
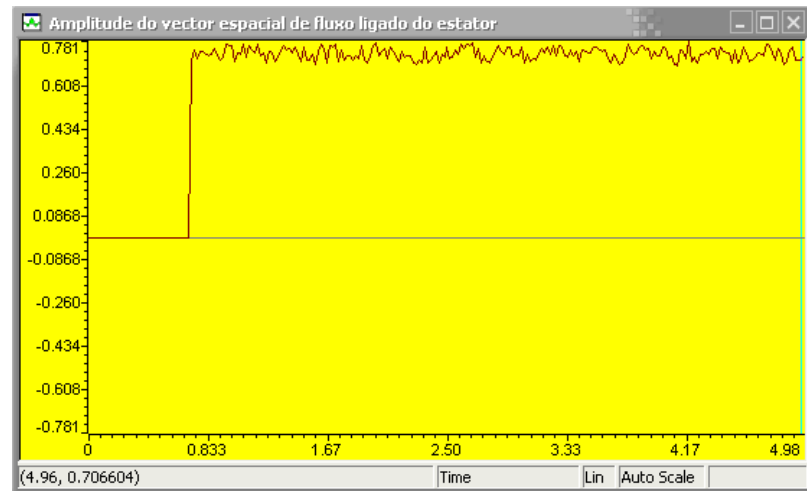
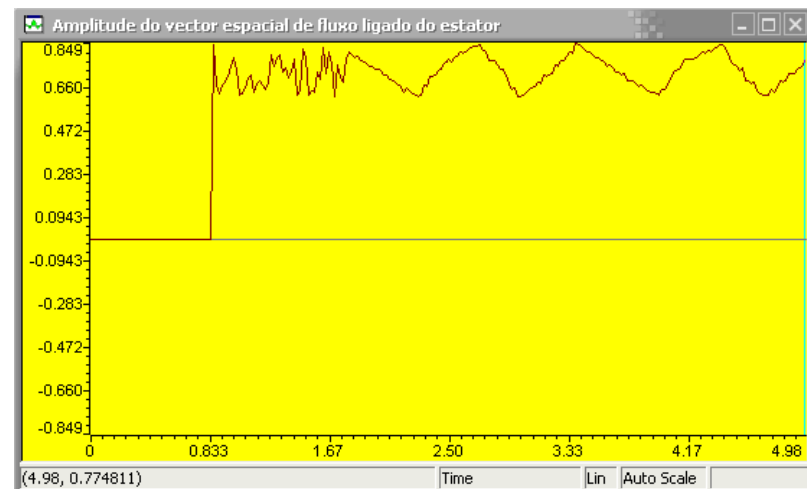


Figura 5.15:  $R_\psi = 0$  ,  $R_T = 0,15$

Figura 5.16:  $R_\psi = 0$  ,  $R_T = 0$ Figura 5.17:  $R_\psi = 0,05$  ,  $R_T = 0$ Figura 5.18:  $R_\psi = 0,15$  ,  $R_T = 0$



## Capítulo 6

# Conclusão

A realização deste trabalho permitiu compreender o princípio de funcionamento e características do DTC e comprovar o seu desempenho em relação ao que é referido na literatura, embora através de simulações. Nestas, o DTC apresentou-se como um método de controlo robusto, de elevada precisão e com um excelente tempo de resposta, mas que revela dificuldades na estimação e uma frequência de comutação variável.

Foi também possível perceber e justificar determinadas opções dos autores do DTC, compreender as limitações da implementação digital do controlo histerético, averiguar a natureza da relação entre qualidade do controlo, frequência de comutação e a largura das bandas de histerese dos controladores de fluxo e binário, e com base nessa relação, extrair uma estratégia para dimensionamento das bandas de histerese dos controladores de fluxo e binário.

A não obtenção de uma implementação funcional, principal lacuna deste trabalho, prejudicou a qualidade do mesmo e adiou a validação das suas conclusões, mas os esforços efectuados no sentido de se obter uma implementação a partir da qual fosse possível testar o DTC permitiram reforçar os conhecimentos em várias disciplinas, para além da área de máquinas eléctricas, que são cada vez mais indissociáveis, nomeadamente electrónica, controlo, sistemas digitais e informática. A outra lacuna deste trabalho é o estudo das correntes e sua qualidade, que poderia ser realizado através da THD das correntes.

A medição correcta de cada um dos parâmetros da máquina, aspecto relevante nos VSDs de elevado desempenho, foi parcialmente ignorada uma vez que  $X_{sl}$  e  $X'_{rl}$  (da IM #1) foram determinadas a partir de uma convenção e não a partir de medições concretas, o que descarta ou ignora possíveis desvios em relação aos valores padrão, mas visto que não se realizaram ensaios, este ponto não prejudica o trabalho realizado.

Apesar das dificuldades encontradas, a realização deste trabalho permitiu adquirir bases na área dos accionamentos de velocidade variável e cimentou conhecimentos noutras. Resumindo, foi uma experiência valiosa a partir da qual se aprendeu muito, numa área onde ainda se pode fazer muito, tendo em conta os desafios que se avizinham. Logo, em relação a trabalhos futuros, sugerem-se os seguintes temas:

- Desenvolvimento e implementação de uma bancada de testes para análise comparativa dos diferentes métodos de controlo da máquina assíncrona;
- Estudo do impacto económico e ambiental de uma eventual aceitação generalizada no mercado dos mais avançados métodos de controlo de VSDs, como o FOC ou DTC;
- Desenvolvimento e implementação (discreta) de estimadores/observadores de velocidade e fluxo para máquinas de corrente alternada;
- Estudo das diversas técnicas de estimação da resistência do estator (modelação térmica da máquina assíncrona).





## Capítulo 7

# Anexos

### 7.1 Demonstrações

#### 7.1.1 Modelo Matemático da Máquina Assíncrona

$$\tau_r = \frac{L_r}{R_r}$$

$$\tau_s = \frac{L_s}{R_s}$$

$$\sigma = 1 - k_s \cdot k_r$$

$$k_r = \frac{L_M}{L_r}$$

$$k_s = \frac{L_M}{L_s}$$

$$\tau_\sigma = \frac{\sigma \cdot L_s}{r_\sigma}$$

$$r_\sigma = R_s + k_r^2 \cdot R_r$$

Parâmetro	Valor	Unidade	p.u.
$P_{nom}$	1100	$W$	-
$N_{nom}$	2830	$r.p.m.$	-
$T_{nom}$	3,71	$N \cdot m$	-
$U_{nom}(Y/\Delta)$	380/220	$V$	-
$I_{nom}(Y/\Delta)$	2,5/4,3	$A$	-
$p$	1	-	-
$R_s$	4,8	$\Omega$	0,033
$R_r$	2,4	$\Omega$	0,017
$l_{ds}$	0,015	$H$	0,032
$l_{dr}$	0,015	$H$	0,032
$L_M$	0,539	$H$	1,164
$J$	0,0008	$kg \cdot m^2$	-
$K_D$	0,0001	$N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$	-

Tabela 7.1: Parâmetros da máquina utilizada (#1)

Parâmetro	Valor	Unidade	p.u.
$P_{nom}$	4000	$W$	-
$N_{nom}$	1430	$r.p.m.$	-
$T_{nom}$	26,7113	$N \cdot m$	-
$U_{nom}(Y/\Delta)$	400/230	$V$	-
$p$	2	-	-
$R_s$	1,405	$\Omega$	-
$R_r$	1,395	$\Omega$	-
$l_{ds}$	0,005839	$H$	-
$l_{dr}$	0,005839	$H$	-
$L_M$	0,1722	$H$	-
$J$	0,0131	$kg \cdot m^2$	-
$K_D$	0,002985	$N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$	-
$t_{rise}(0 \rightarrow T_{nom})$	1,00	$ms$	-
$t_{down}(T_{nom} \rightarrow 0)$	0,35	$ms$	-
$HB_{MIN}$	0,76	$N \cdot m$	-
$R_{MIN}$	0,03	-	-

Tabela 7.2: Parâmetros da máquina #2

Parâmetro	Valor	Unidade	p.u.
$P_{nom}$	37	$kW$	-
$N_{nom}$	1480	$r.p.m.$	-
$T_{nom}$	238,7324	$N \cdot m$	-
$U_{nom}(Y/\Delta)$	400/230	$V$	-
$p$	2	-	-
$R_s$	0,08233	$\Omega$	-
$R_r$	0,0503	$\Omega$	-
$l_{ds}$	0,000724	$H$	-
$l_{dr}$	0,000724	$H$	-
$L_M$	0,02711	$H$	-
$J$	0,37	$kg \cdot m^2$	-
$K_D$	0,02791	$N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$	-
$t_{rise}(0 \rightarrow T_{nom})$	4,25	$ms$	-
$t_{down}(T_{nom} \rightarrow 0)$	0,75	$ms$	-
$HB_{MIN}$	3,18	$N \cdot m$	-
$R_{MIN}$	0,01	-	-

Tabela 7.3: Parâmetros da máquina #3

7.1.1.1 Coordenadas  $dq$  em notação complexa

Os fluxos ligados no estator e no rotor têm as seguintes componentes reais e imaginárias:

$$\psi_{d_s}^s = L_s \cdot i_{d_s}^s + L_M \cdot (i_{d_r}^r \cdot \cos \theta - i_{q_r}^r \cdot \sin \theta) \quad (7.1)$$

$$\psi_{q_s}^s = L_s \cdot i_{q_s}^s + L_M \cdot (i_{d_r}^r \cdot \sin \theta + i_{q_r}^r \cdot \cos \theta) \quad (7.2)$$

$$\psi_{d_r}^r = L_r \cdot i_{d_r}^r + L_M \cdot (i_{d_s}^s \cdot \cos \theta + i_{q_s}^s \cdot \sin \theta) \quad (7.3)$$

$$\psi_{q_r}^r = L_r \cdot i_{q_r}^r + L_M \cdot (-i_{d_s}^s \cdot \sin \theta + i_{q_s}^s \cdot \cos \theta) \quad (7.4)$$

De acordo com (2.9), vem:

$$\overline{\psi}_{dq_s}^s = L_s \cdot (i_{d_s}^s + j \cdot i_{q_s}^s) + L_M \cdot (i_{d_r}^r \cdot \cos \theta + i_{d_r}^r \cdot j \cdot \sin \theta - i_{q_r}^r \cdot \sin \theta + j \cdot i_{q_r}^r \cdot \cos \theta) \quad (7.5)$$

$$\overline{\psi}_{dq_r}^r = L_r \cdot (i_{d_r}^r + j \cdot i_{q_r}^r) + L_M \cdot (i_{d_s}^s \cdot \cos \theta - j \cdot i_{d_s}^s \cdot \sin \theta + i_{q_s}^s \cdot \sin \theta + j \cdot i_{q_s}^s \cdot \cos \theta) \quad (7.6)$$

Sabendo que,

$$-1 = j^2$$

As equações (7.5) e (7.6) podem ser escritas como:

$$\overline{\psi}_{dq_s}^s = L_s \cdot (i_{d_s}^s + j \cdot i_{q_s}^s) + L_M \cdot (i_{d_r}^r \cdot (\cos \theta + j \cdot \sin \theta) + j \cdot i_{q_r}^r \cdot (\cos \theta + j \cdot \sin \theta)) \quad (7.7)$$

$$\overline{\psi}_{dq_r}^r = L_r \cdot (i_{d_r}^r + j \cdot i_{q_r}^r) + L_M \cdot (i_{d_s}^s \cdot (\cos \theta - j \cdot \sin \theta) + j \cdot i_{q_s}^s \cdot (\cos \theta - j \cdot \sin \theta)) \quad (7.8)$$

Ou seja:

$$\overline{\psi}_{dq_s}^s = L_s \cdot (i_{d_s}^s + j \cdot i_{q_s}^s) + L_M \cdot e^{j \cdot \theta} \cdot (i_{d_r}^r + j \cdot i_{q_r}^r) \quad (7.9)$$

$$\overline{\psi}_{dq_r}^r = L_r \cdot (i_{d_r}^r + j \cdot i_{q_r}^r) + L_M \cdot e^{-j \cdot \theta} \cdot (i_{d_s}^s + j \cdot i_{q_s}^s) \quad (7.10)$$

Logo, podemos escrever as equações anteriores como:

$$\overline{\psi}_{dq_s}^s = L_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s + L_M \cdot e^{j \cdot \theta} \cdot \bar{i}_{dq_r}^r \quad (7.11)$$

$$\overline{\psi}_{dq_r}^r = L_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^r + L_M \cdot e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{i}_{dq_s}^s \quad (7.12)$$

### 7.1.1.2 Coordenadas $dq$ em notação complexa referidas ao referencial do estator

Os vectores espaciais que ainda não se encontram no referencial  $dq$  do estator, são substituídos utilizando a equação (2.26). O vector espacial de tensão no estator mantém o aspecto anterior:

$$\bar{u}_{dq_s}^s = R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_s}^s \right) \quad (7.13)$$

O vector espacial de tensão no rotor, referido ao estator, passa a ter um terceiro termo, a força electro-motriz rotacional  $\left( -j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)$ :

$$\begin{aligned} e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{u}_{dq_r}^s &= R_s \cdot e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{i}_{dq_r}^s + \frac{\partial}{\partial t} \left( e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \right) \\ &= R_s \cdot e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{i}_{dq_r}^s + e^{-j \cdot \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_r}^s \right) + \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \frac{\partial}{\partial t} (e^{-j \cdot \theta}) \\ &= R_s \cdot e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{i}_{dq_r}^s + e^{-j \cdot \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_r}^s \right) - j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot e^{-j \cdot \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \\ \bar{u}_{dq_r}^s &= R_s \cdot \bar{i}_{dq_r}^s + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_r}^s \right) - j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \end{aligned}$$

O vector espacial de fluxo ligado com o estator, assim como o vector espacial de fluxo ligado com o rotor, deixa de depender do ângulo (eléctrico) de rotação do rotor,  $\theta$ :

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_{dq_s}^s &= L_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s + L_M \cdot e^{j \cdot \theta} \cdot e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{i}_{dq_r}^s \\ &= L_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s + L_M \cdot \bar{i}_{dq_r}^s \end{aligned}$$

$$e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s = L_r \cdot e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{i}_{dq_r}^s + L_M \cdot e^{-j \cdot \theta} \cdot \bar{i}_{dq_s}^s$$

$$\bar{\psi}_{dq_r}^s = L_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^s + L_M \cdot \bar{i}_{dq_s}^s$$

Resumindo, obtém-se:

$$\begin{cases} \bar{u}_{dq_s}^s = R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_s}^s \right) \\ \bar{u}_{dq_r}^s = R_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^s + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_r}^s \right) - j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \omega_e \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{\psi}_{dq_s}^s = L_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s + L_M \cdot \bar{i}_{dq_r}^s \\ \bar{\psi}_{dq_r}^s = L_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^s + L_M \cdot \bar{i}_{dq_s}^s \end{cases}$$

### 7.1.1.3 Coordenadas $dq$ em notação complexa referidas a um referencial $dq$ a rodar em relação ao referencial $dq$ do estator

Utilizando as equações (2.29) e (2.30), e substituindo em (2.33) e (2.34), vem:

$$\begin{aligned}
 e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{u}_{dq_s}^m &= R_s \cdot e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{i}_{dq_s}^m + \frac{\partial}{\partial t} \left( e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{\psi}_{dq_s}^m \right) \\
 &= R_s \cdot e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{i}_{dq_s}^m + e^{j\cdot\theta_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_s}^m \right) + \bar{\psi}_{dq_s}^m \cdot \frac{\partial}{\partial t} (e^{j\cdot\theta_1}) \\
 &= R_s \cdot e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{i}_{dq_s}^m + e^{j\cdot\theta_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_s}^m \right) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_s}^m \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\theta_1) \cdot e^{j\cdot\theta_1} \\
 \bar{u}_{dq_s}^m &= R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^m + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_s}^m \right) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_s}^m \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\theta_1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{u}_{dq_r}^m &= R_r \cdot e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{i}_{dq_r}^m + \frac{\partial}{\partial t} \left( e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \right) - j \cdot e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \\
 &= R_r \cdot e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{i}_{dq_r}^m + e^{j\cdot\theta_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_r}^m \right) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \cdot e^{j\cdot\theta_1} - j \cdot e^{j\cdot\theta_1} \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \\
 \bar{u}_{dq_r}^m &= R_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^m + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_r}^m \right) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \\
 &= R_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^m + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_r}^m \right) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\theta_1 - \theta)
 \end{aligned}$$

Resumindo, tem-se:

$$\bar{u}_{dq_s}^m = R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^m + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_s}^m \right) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_s}^m \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\theta_1) \quad (7.14)$$

$$\bar{u}_{dq_r}^m = R_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^m + \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\psi}_{dq_r}^m \right) + j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^m \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\theta_1 - \theta) \quad (7.15)$$

$$\bar{\psi}_{dq_s}^m = L_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^m + L_M \cdot \bar{i}_{dq_r}^m \quad (7.16)$$

$$\bar{\psi}_{dq_r}^m = L_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^m + L_M \cdot \bar{i}_{dq_s}^m \quad (7.17)$$

### 7.1.1.4 Energia Mecânica

A variação de energia mecânica no estator é dada pela seguinte equação:

$$(\partial W_{mecânica})_{estator} = \frac{3}{2} \left[ Re \left\{ \bar{u}_{dq_s}^s \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* \right\} - R_s \cdot |\bar{i}_{dq_s}^s|^2 - Re \left\{ \frac{\partial \bar{\psi}_{dq_s}^s}{\partial t} \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* \right\} \right] \partial t$$

A potência eléctrica no estator é vista como a parte real do produto entre os vectores espaciais de tensão e corrente (conjugada) no estator. Substituindo o vector espacial de tensão no estator,  $\bar{u}_{dq_s}^s$ , pelo equivalente em (2.27), obtém-se:

$$\begin{aligned} Re \left\{ \bar{u}_{dq_s}^s \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* \right\} &= Re \left\{ R_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* + \frac{\partial \bar{\psi}_{dq_s}^s}{\partial t} \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* \right\} \\ &= R_s \cdot \left( (i_{d_s}^s)^2 + (i_{q_s}^s)^2 \right) + Re \left\{ \frac{\partial \bar{\psi}_{dq_s}^s}{\partial t} \cdot (\bar{i}_{dq_s}^s)^* \right\} \end{aligned}$$

Ao substituir o resultado anterior na energia mecânica no estator, verifica-se que esta é nula:

$$(\partial W_{mecânica})_{estator} = 0$$

A energia mecânica, na forma diferencial, no rotor é dada pela seguinte equação:

$$(\partial W_{mecânica})_{rotor} = \frac{3}{2} \left[ Re \left\{ \bar{u}_{dq_r}^s \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} - R_r \cdot |\bar{i}_{dq_r}^s|^2 - Re \left\{ \frac{\partial \bar{\psi}_{dq_r}^s}{\partial t} \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \right] \partial t$$

A potência eléctrica no rotor é vista como a parte real do produto entre os vectores espaciais de tensão e corrente (conjugada) no rotor. Substituindo o vector espacial de tensão no rotor,  $\bar{u}_{dq_r}^s$ , pelo equivalente em (2.27), obtém-se:

$$\begin{aligned} Re \left\{ \bar{u}_{dq_r}^s \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} &= Re \left\{ R_r \cdot \bar{i}_{dq_r}^s \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* + \frac{\partial \bar{\psi}_{dq_r}^s}{\partial t} \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* - j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \omega_e \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \\ &= R_r \cdot \left( (i_{d_r}^s)^2 + (i_{q_r}^s)^2 \right) + Re \left\{ \frac{\partial \bar{\psi}_{dq_r}^s}{\partial t} \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} + Re \left\{ -j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \omega_e \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \end{aligned}$$

Ao substituir o resultado anterior na energia mecânica no rotor, verifica-se que esta é igual a:

$$(\partial W_{mecânica})_{rotor} = \frac{3}{2} \cdot Re \left\{ -j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \omega_e \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \partial t$$

Logo, substituindo os resultados em (2.35), vem:

$$P_{mecânica} = \frac{\partial W_{mecânica}}{\partial t} = \frac{0 + \frac{3}{2} \cdot Re \left\{ -j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \omega_e \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\} \partial t}{\partial t} = Re \left\{ -j \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \cdot \omega_e \cdot (\bar{i}_{dq_r}^s)^* \right\}$$

## 7.1.1.5 Produção de Binário Electromagnético

O sistema (2.28) pode ser reescrito de modo a relacionar os diferentes vectores espaciais de fluxo ligado,  $\bar{\psi}_{dq_s}^s$  e  $\bar{\psi}_{dq_r}^s$ :

$$\bar{\psi}_{dq_s}^s = \frac{L_M}{L_r} \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s + L_s' \cdot \bar{i}_{dq_s}^s \quad (7.18)$$

$$\bar{\psi}_{dq_r}^s = \frac{L_M}{L_s} \cdot \bar{\psi}_{dq_s}^s + L_r' \cdot \bar{i}_{dq_r}^s \quad (7.19)$$

$$L_s' = \frac{L_s \cdot L_r - L_M^2}{L_r} \quad (7.20)$$

$$L_r' = \frac{L_s \cdot L_r - L_M^2}{L_s} \quad (7.21)$$

Logo, é possível escrever os vectores espaciais de corrente, referidos ao estator, em função dos vectores espaciais de fluxo ligado, também referidos ao estator:

$$\begin{cases} \bar{i}_{dq_s}^s = \frac{1}{L_s'} \left( \bar{\psi}_{dq_s}^s - \frac{L_M}{L_r} \cdot \bar{\psi}_{dq_r}^s \right) \\ \bar{i}_{dq_r}^s = \frac{1}{L_r'} \left( \bar{\psi}_{dq_r}^s - \frac{L_M}{L_s} \cdot \bar{\psi}_{dq_s}^s \right) \end{cases} \quad (7.22)$$

Substituindo em (2.51) o vector espacial de corrente no rotor referido ao estator obtido em (7.23), tem-se:

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_M}{L_s \cdot L_r'} \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_r}^s \times \bar{\psi}_{dq_s}^s \right) \quad (7.23)$$

Por outro lado, substituindo (7.19) em (2.51), vem:

$$T_e = -\frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_M}{L_s} \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_s}^s \times \bar{i}_{dq_r}^s \right) \quad (7.24)$$

Adicionalmente, considere-se o vector espacial de corrente no rotor, referido ao estator como:

$$\bar{i}_{dq_r}^s = \frac{1}{L_M} \left( \bar{\psi}_{dq_s}^s - L_s \cdot \bar{i}_{dq_s}^s \right) \quad (7.25)$$

Substituindo (7.26) em (7.25), vem:

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \bar{\psi}_{dq_s}^s \times \bar{i}_{dq_s}^s \right) \quad (7.26)$$

## 7.2 Resultados

### 7.2.1 Frequência de Comutação

As frequências de comutação apresentadas na tabela 7.4 representam a frequência de comutação média mais elevada verificada nos três braços do ondulator. Os dados são posteriormente combinados para tornar a sua interpretação mais intuitiva, consoante o valor da banda de histerese do controlador de binário ou o regime a que a frequência de comutação diz respeito.

Regime 1	0,00	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15	$R_{T_e}$
0,00	19040	18160	17640	16380	14990	14480	
0,05	9300	8420	7260	6430	5010	4220	
0,10	8900	8200	6920	6100	4690	3920	
0,15	8780	8190	6830	6050	4670	3750	
$R_\psi$							

Regime 2	0,00	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15	$R_{T_e}$
0,00	19040	18390	15830	7610	5920	5690	
0,05	9300	9010	8770	4910	4400	4110	
0,10	8900	8710	8430	4810	4280	3750	
0,15	8780	8790	9090	4720	4130	4030	
$R_\psi$							

Regime 3	0,00	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15	$R_{T_e}$
0,00	19011	17929	14371	9945	9743	9739	
0,05	9397	9048	8021	5609	5500	5495	
0,10	8740	8792	7270	5296	5188	5186	
0,15	7870	8228	5853	4824	4731	4720	
$R_\psi$							

Regime 4	0,00	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15	$R_{T_e}$
0,00	20333	19761	17393	7812	6507	6496	
0,05	10970	10740	9887	4812	4446	4442	
0,10	10533	10436	9433	4646	4404	4409	
0,15	10341	10231	8920	4932	4690	4693	
$R_\psi$							

Regime 5	0,00	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15	$R_{T_e}$
0,00	21387	20567	18384	6515	1290	1290	
0,05	11453	11418	9999	3754	991	999	
0,10	11097	11057	9616	3208	1042	1040	
0,15	10990	10940	8937	2527	1226	1226	
$R_\psi$							

Regime 6	0,00	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15	$R_{T_e}$
0,00	20678	19583	16789	8971	7191	7198	
0,05	10548	10249	9304	5276	4433	4435	
0,10	10051	9868	8907	4938	4313	4317	
0,15	9805	9670	7832	4710	4316	4313	
$R_\psi$							

Tabela 7.4: Frequências de comutação, em kHz



### 7.2.2 Erro entre referência e componente DC do binário electromagnético

O erro entre referência e componente DC do binário electromagnético verificado ao aumentar a banda de histerese do controlador de binário de três níveis pode ser aproximado pela seguinte expressão:

$$Erro_{T_e}(HB_{T_e}) = HB_{T_e} - \frac{HB_{MIN}}{2} \quad , \quad HB_{T_e} \geq HB_{MIN}$$

IM #1								
$R_\psi$	$R_{T_e}$	$(T_{DC})_{max}$	$(T_{DC})_{min}$	$(T_{DC})_{med}$	$(Erro_{T_e})_{real}$	$(Erro_{T_e})_{previsto}$	$\varepsilon_{abs} (N \cdot m)$	$\varepsilon_{rel} (\%)$
0,00	0,05	3,650	3,600	3,625	0,087	0,111	0,025	28,4
0,00	0,10	3,480	3,400	3,440	0,272	0,297	0,025	9,3
0,00	0,15	3,290	3,230	3,260	0,452	0,483	0,031	6,8
0,05	0,05	3,650	3,590	3,620	0,092	0,111	0,020	21,4
0,05	0,10	3,480	3,410	3,445	0,267	0,297	0,030	11,3
0,05	0,15	3,295	3,215	3,255	0,457	0,483	0,026	5,7
0,10	0,05	3,650	3,585	3,618	0,094	0,111	0,017	18,2
0,10	0,10	3,470	3,400	3,435	0,277	0,297	0,020	7,3
0,10	0,15	3,280	3,220	3,250	0,462	0,483	0,021	4,5
0,15	0,05	3,665	3,590	3,628	0,084	0,111	0,027	32,2
0,15	0,10	3,465	3,400	3,433	0,279	0,297	0,018	6,4
0,15	0,15	3,295	3,220	3,258	0,454	0,483	0,028	6,2

IM #2								
$R_\psi$	$R_{T_e}$	$(T_{DC})_{max}$	$(T_{DC})_{min}$	$(T_{DC})_{med}$	$(Erro_{T_e})_{real}$	$(Erro_{T_e})_{previsto}$	$\varepsilon_{abs} (N \cdot m)$	$\varepsilon_{rel} (\%)$
0,00	0,05	26,150	25,700	25,925	0,786	0,954	0,168	21,3
0,00	0,10	24,850	24,400	24,625	2,086	2,290	0,203	9,7
0,00	0,15	23,500	23,050	23,275	3,436	3,625	0,189	5,5
0,05	0,05	26,100	25,700	25,900	0,811	0,954	0,143	17,6
0,05	0,10	24,750	24,350	24,550	2,161	2,290	0,128	5,9
0,05	0,15	23,450	23,050	23,250	3,461	3,625	0,164	4,7
0,10	0,05	26,050	25,700	25,875	0,836	0,954	0,118	14,1
0,10	0,10	24,750	24,400	24,575	2,136	2,290	0,153	7,2
0,10	0,15	23,375	23,125	23,250	3,461	3,625	0,164	4,7
0,15	0,05	26,000	25,700	25,850	0,861	0,954	0,093	10,8
0,15	0,10	24,725	24,350	24,538	2,174	2,290	0,116	5,3
0,15	0,15	23,400	23,050	23,225	3,486	3,625	0,139	4,0

IM #3								
$R_\psi$	$R_{T_e}$	$(T_{DC})_{max}$	$(T_{DC})_{min}$	$(T_{DC})_{med}$	$(Erro_{T_e})_{real}$	$(Erro_{T_e})_{previsto}$	$\varepsilon_{abs} (N \cdot m)$	$\varepsilon_{rel} (\%)$
0,00	0,05	227,50	225,00	226,250	12,482	10,345	2,137	17,1
0,00	0,10	215,50	212,25	213,875	24,857	22,282	2,576	10,4
0,00	0,15	202,75	200,25	201,500	37,232	34,218	3,014	8,1
0,05	0,05	227,25	223,50	225,375	13,357	10,345	3,012	22,6
0,05	0,10	214,50	211,00	212,750	25,982	22,282	3,701	14,2
0,05	0,15	202,25	199,25	200,750	37,982	34,218	3,764	9,9
0,10	0,05	226,00	222,25	224,125	14,607	10,345	4,262	29,2
0,10	0,10	214,50	211,00	212,750	25,982	22,282	3,701	14,2
0,10	0,15	203,00	199,25	201,125	37,607	34,218	3,389	9,0
0,15	0,05	225,75	221,50	223,625	15,107	10,345	4,762	31,5
0,15	0,10	214,25	210,75	212,500	26,232	22,282	3,951	15,1
0,15	0,15	202,75	199,00	200,875	37,857	34,218	3,639	9,6

Tabela 7.5: Erro verificado entre referência e componente DC do binário electromagnético

### 7.3 Determinação de Parâmetros da Máquina Assíncrona

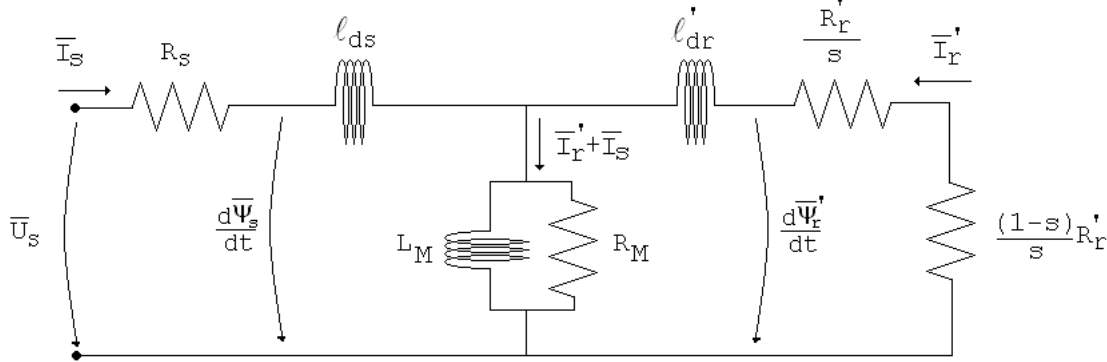


Figura 7.1: Circuito equivalente por fase, para máquina assíncrona em gaiola de esquilo

Os parâmetros do circuito equivalente por fase da máquina assíncrona podem ser determinados através da realização de testes convencionais ou testes avançados com recurso a computação. Por comodidade, apenas serão referidos os métodos convencionais a temperatura ambiente.

#### 7.3.1 Relação de Transformação

$$N = \frac{U_s}{U_r} \quad (7.27)$$

A relação de transformação da máquina assíncrona,  $N$ , utilizada para referir grandezas do rotor ao estator e vice-versa, pode ser vista como o quociente entre a tensão simples/composta no estator e a tensão simples/composta no rotor. Deste modo, pode ser determinada, para máquinas de rotor bobinado, medindo a tensão nos terminais do rotor ao aplicar um sistema trifásico de tensões alternadas sinusoidais nos terminais do estator, ou medindo a tensão nos terminais do estator ao aplicar um sistema trifásico de tensões alternadas sinusoidais nos terminais do rotor. De modo a garantir uma medição correcta, devem ser utilizados os dois processos e calculada a sua média geométrica.

#### 7.3.2 Determinação da resistência do estator

A resistência de uma fase de uma máquina assíncrona,  $R_s$ , equivale a metade da resistência existente entre fases, que por sua vez pode ser medida através de um ohmímetro ou através da aplicação de uma tensão DC e medição da corrente e tensão. A medição deve ser repetida para todas as combinações possíveis de fases, e o valor a utilizar deve ser a média aritmética dos resultados obtidos.

#### 7.3.3 Ensaio com rotor bloqueado

O ensaio com rotor bloqueado consiste em alimentar o estator da máquina assíncrona com um sistema trifásico de tensões alternadas sinusoidais de amplitude reduzida, enquanto o rotor se encontra bloqueado, ou seja, com escorregamento unitário ( $s = 1$ ). A amplitude da tensão deve ser mantida a níveis baixos porque com rotor bloqueado, a máquina exibe impedância reduzida, e assim, facilmente se ultrapassa a corrente nominal da máquina. As grandezas a medir são a potência (trifásica), as correntes e as tensões.

Pode ser visto, a partir da figura 7.1, que a potência activa de entrada numa máquina alimentada em estrela, ignorando o ramo de magnetização, é dada por (7.28). O ramo de magnetização pode ser ignorado uma vez que a baixa tensão as perdas no ferro são reduzidas e a corrente de magnetização praticamente nula.

$$P_{entrada} = 3 \cdot I_s^2 \cdot (R_s + R_r') \quad (7.28)$$

Logo, a resistência do rotor vista do estator é dada por:

$$R_r' = \frac{P_{entrada}}{3 \cdot I_s^2} - R_s \quad (7.29)$$

Contudo, se o ensaio for repetido a frequências distintas, a soma das resistências do estator e rotor vistas do estator varia. Logo, para obter uma boa aproximação na medição da resistência do rotor vista do estator, deve ser extrapolado o valor da soma das resistências a frequência nula e a esse valor deve ser subtraído o valor da resistência do estator:

$$R_r' = (R_{total})_{f=0} - R_s \quad (7.30)$$

A impedância (de curto circuito) da máquina de assíncrona,  $Z_{cc}$ , é obtida a partir do quociente entre a corrente e tensão verificadas no estator:

$$Z_{cc} = \frac{U_{cc}}{I_{cc}} \quad (7.31)$$

Logo, a reactância total da máquina, isto é, a soma das reactâncias do estator e rotor, vistas do estator, é dada por:

$$X = X_{sl} + X_{rl}' = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R_r')^2} \quad (7.32)$$

Por convenção, existe uma proporção entre  $X_{sl}$  e  $X_{rl}'$ , isto é,  $k_0$ , que varia consoante a classe da máquina. De acordo com a norma IEEE 112-2004 [31]:  $k_0 = 1$  caso se trate de uma máquina de classe A, D ou de rotor bobinado;  $k_0 = 0,67$  caso se trate de uma máquina de classe B; e  $k_0 = 0,43$  caso se trate de uma máquina de classe C.

$$X_{sl} = k_0 \cdot X_{rl}' \quad (7.33)$$

Logo,  $X_{sl}$  e  $X_{rl}'$  são dados por (7.34) e (7.35), respectivamente.

$$X_{sl} = \frac{1}{1 + k_0} \cdot \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R_r')^2} \quad (7.34)$$

$$X_{rl}' = \frac{k_0}{1 + k_0} \cdot \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R_r')^2} \quad (7.35)$$

### 7.3.4 Ensaio em vazio (mecânico)

No ensaio em vazio, a máquina é desacoplada da sua carga e alimentada por um sistema trifásico de tensões alternadas sinusoidais. Deste modo, a velocidade mecânica do rotor é próxima da velocidade de sincronismo ( $s = 0$ ) e portanto, assume-se que não existem correntes no rotor. As grandezas a medir são potência e corrente no estator para várias amplitudes de tensão no estator.

Considerando a inexistência de correntes no rotor, a potência (activa) entregue à máquina é igual à soma das potências de perdas óhmicas no estator, perdas por atrito e ar e perdas no ferro. As perdas no ferro devem-se essencialmente às perdas no estator, uma vez que as perdas no rotor são quase inexistentes a velocidades perto do sincronismo.

$$P_s = P_{ohm} + P_{ferro} + P_{fricção} \quad (7.36)$$

A partir dos valores de potência de entrada obtidos para várias amplitudes de tensão no estator, subtraem-se as perdas óhmicas em cada ponto e por aproximação gráfica ou regressão não linear, determina-se o valor desta diferença a tensão nula. Este valor equivale ao valor da potência de perdas por fricção e ar, que se pode assumir como constante. Logo, a potência de perdas no ferro é determinada pela relação (7.36), no ponto de tensão nominal.

No circuito equivalente, a potência de perdas no ferro pode ser vista como o produto da tensão no ramo de magnetização,  $U_M$ , pela corrente que percorre o resistor de magnetização,  $I_{RM}$ :

$$P_{ferro} = U_M \cdot I_{RM} \quad (7.37)$$

Logo, o resistor de magnetização,  $R_M$ , pode ser determinado:

$$R_M = \frac{U_M}{I_{RM}} = \frac{U_M^2}{P_{ferro}} \quad (7.38)$$

Por outro lado, o módulo da impedância total do ramo de magnetização pode ser obtida de acordo com:

$$Z_M = \frac{U_M}{I_s} \quad (7.39)$$

O factor de potência pode ser obtido a partir de:

$$FP = \cos(\varphi) = \frac{P_s}{U_s \cdot I_s} \quad (7.40)$$

Logo, a potência reactiva total é:

$$Q_s = P_s \cdot \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} \quad (7.41)$$

Sabendo o factor de potência, (7.40), a potência reactiva do ramo de magnetização é igual à diferença entre a potência reactiva do total e a potência reactiva do estator:

$$Q_M = Q_s - X_s \cdot I_s^2 \quad (7.42)$$

Logo, tem-se:

$$X_M = \frac{U_M^2}{Q_M} \quad (7.43)$$

### 7.3.5 Momento de Inércia

O momento de inércia de uma máquina rotativa pode ser determinado se forem conhecidas as suas características físicas. Considere-se, para efeitos de demonstração, um rotor constituído por um núcleo cilíndrico de comprimento  $l_c$ , raio interno  $r_{ic} = r_s$ , raio externo  $r_{ec}$  e massa  $m_c$ , acoplado a um veio de comprimento  $l_s$ , raio  $r_s$  e massa  $m_s$ . O momento de inércia do rotor é dado por:

$$J = \frac{1}{2} \cdot m_s \cdot r_s^2 + \frac{1}{2} \cdot m_c \cdot (r_{ec}^2 + r_s^2) \quad (7.44)$$

No entanto, este cálculo é aproximado e não contempla o efeito das cavas, enrolamentos ou a ventoinha acoplada ao veio da máquina. Logo, para uma determinação precisa do momento de inércia de uma máquina rotativa, surge a necessidade de empregar outros métodos. Entre eles, o ensaio de desaceleração (*retardation test*) consiste em acelerar a máquina até determinada velocidade e em seguida, desligar a alimentação da máquina de modo a acompanhar a evolução da velocidade até zero, e através da lei fundamental da dinâmica, determinar o momento de inércia. O momento de inércia pode também ser determinado através da monitorização de tensões e correntes da máquina (ver [32]).

A determinação do momento de inércia  $J$  e coeficiente de atrito viscoso  $K_D$  de uma máquina genérica pode ser efectuada a partir de dois ensaios de desaceleração, sendo o primeiro feito com a máquina em vazio, e o segundo com o veio da máquina acoplado a um disco de momento de inércia  $J_D$ , valor este conhecido.

$$J \cdot \frac{\partial \omega_1}{\partial t} = 0 - K_D \cdot \omega_1 \quad (7.45)$$

$$(J + J_D) \cdot \frac{\partial \omega_2}{\partial t} = 0 - K_D \cdot \omega_2 \quad (7.46)$$

Logo, através das características de desaceleração obtidas,  $\omega_1(t)$  e  $\omega_2(t)$ , e utilizando (7.45) e (7.46), torna-se possível determinar  $J$  e  $D$ .

$$T_L(\omega_i) = \frac{P_e(\omega_i) - P_p(\omega_i)}{\omega_i} \quad (7.47)$$

O momento de inércia pode também ser determinado de um modo semelhante, de acordo com o seguinte procedimento:

1. Medem-se a potência eléctrica,  $P_e(\omega_i)$ , e a corrente de uma fase,  $I_s(\omega_i)$ , em regime permanente para vários valores de velocidade. O valores da corrente será utilizado para estimar a potência de perdas,  $P_p(\omega_i)$ , e assim conseguir obter a característica mecânica da carga:
2. Em cada um dos ensaios anteriores, após atingir a velocidade desejada, desliga-se a alimentação eléctrica e acompanha-se a evolução da velocidade,  $\omega_i(t)$ , até à paragem. O momento de inércia pode ser obtido através da equação (7.48).

$$J = \frac{T_L(\omega_i)}{\frac{\partial \omega}{\partial t} |_{\omega=\omega_i}} \quad (7.48)$$

O atrito viscoso pode ser determinado a partir da seguinte equação:

$$K_D = \frac{T_L(\omega_i)}{\omega_i} \quad (7.49)$$

Os resultados obtidos não são necessariamente idênticos, logo é conveniente considerar como resultado final a média dos valores obtidos.

## 7.4 Sistema por unidade (p.u.)

Em sistemas de energia eléctrica, é comum utilizar-se o sistema por unidade em vez do sistema de unidades SI, nomeadamente em transformadores e máquinas eléctricas AC. A utilização deste permite:

- Facilitar o tratamento digital dos dados e sua apresentação, visto serem constantes ou em torno da unidade (1 p.u.);
- Facilitar a detecção de erros pois normalmente os valores expressos em p.u. não variam consideravelmente de dimensão, ao contrário dos valores no sistema de unidades SI;
- Simplificar a modelação de equipamentos, possibilitando uma gestão mais fácil dos sistemas de energia eléctrica;
- Comparar intuitivamente os valores indicados em unidades p.u. com os valores base.

No sistema por unidade, as grandezas eléctricas são expressas em relação ao respectivo valor base, que pode ser postulado ou derivado. Logo, a transformação do sistema de unidades SI para o sistema por unidade traduz-se num quociente:

$$\text{valor em p.u.} = \frac{\text{valor em unidades SI}}{\text{valor base}} \quad (7.50)$$

Tradicionalmente, os valores base de tensão e potência são postulados, enquanto os restantes são derivados (isto é, obtidos a partir dos valores postulados). Em sistemas monofásicos (como o sistema equivalente por fase da máquina assíncrona), os valores base de tensão e potência correspondem aos valores nominais de tensão e potência do equipamento em causa, respectivamente. Os restantes valores são dados pelas seguintes relações:

$$I_{base} = \frac{P_{base}}{U_{base}} \quad (7.51)$$

$$Z_{base} = \frac{(U_{base})^2}{P_{base}} \quad (7.52)$$

$$L_{base} = \frac{Z_{base}}{2 \cdot \pi \cdot f_{nom}} \quad (7.53)$$

Se se tratar de uma máquina eléctrica trifásica, definem-se também valores base de velocidade e binário:

$$\omega_{base} = 2 \cdot \pi \cdot f_{nom} \quad (7.54)$$

$$T_{base} = \frac{3 \cdot P_{base}}{\omega_{base}} \quad (7.55)$$

Adicionalmente, define-se o valor base do coeficiente de atrito e o momento de inércia (este, em segundos):

$$K_{base} = \frac{T_{base}}{\omega_{base}} \quad (7.56)$$

$$H_{pu} = \frac{1}{2} \cdot \frac{J \cdot (\omega_{base})^2}{3 \cdot P_{base}} \quad (7.57)$$

## 7.5 Dimensionamento do Sistema

### 7.5.1 Ondulador

Entre as principais preocupações a ter com o dimensionamento do ondulador, encontra-se a limitação em relação à tensão DC que pode existir à entrada do ondulador.

$$\{U_{simples}\}_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} (U_{simples})^2 d(\omega t)} = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot U_{DC} \quad (7.58)$$

O valor eficaz da tensão simples à saída do ondulador, é dado por (7.58). Logo, o ondulador deve suportar uma tensão DC à entrada superior à tensão DC que permite que a máquina opere em regime nominal.

$$(U_{DC_{VSI}})_{MAX} > \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \{U_{simples}\}_{RMS} \quad (7.59)$$

O dimensionamento do sistema é feito a partir da máquina assíncrona a utilizar. No caso da máquina #1, cujas características figuram na tabela 7.1, o ondulador deve suportar tensões DC superiores a 467 V.

### 7.5.2 Rectificador

$$U_{DC} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot U_{simples} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot \{U_{composta}\}_{RMS} \quad (7.60)$$

A tensão média no barramento DC, em função da entrada do rectificador trifásico em ponte, é dada por (7.60). Logo, a máxima tensão (composta) à entrada do rectificador deve ser tal que:

$$\{U_{composta}\}_{RMS} < \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt{2}} \cdot (U_{DC_{VSI}})_{MAX} \quad (7.61)$$

Admitindo que o ondulador suporta tensões DC até 500 V, a tensão (composta) máxima que pode existir à entrada do rectificador iguala 370 V (RMS).

### 7.5.3 Banco de Condensadores

A frequência fundamental da tensão no barramento DC é um sexto da frequência presente à entrada do rectificador. Logo, a capacidade total do banco de condensadores deve ser tal que permita filtrar as harmónicas da tensão no barramento. Considerando que o banco de condensadores e a máquina assíncrona constituem um circuito RC paralelo, a constante de tempo  $\tau$  que rege esse circuito é dada por (7.62) e deve ser superior ao período da tensão no barramento:

$$\tau = R \cdot C_{total} \gg \frac{1}{6 \cdot f_{REDE}} \quad (7.62)$$

Admitindo que  $R = R_s$ , a capacidade total do banco deve ser tal que:

$$C_{total} \gg \frac{1}{6 \cdot R_s \cdot f_{REDE}} \simeq 700 \mu F \quad (7.63)$$





# Bibliografia

- [1] Giuseppe S. Buja and Marian P. Kazmierkowski. Direct torque control of pwm inverter-fed ac motors - a survey. In *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, volume 51, August 2004.
- [2] Jun Hu and Bin Wu. New integration algorithms for estimating motor flux over a wide speed range. In *IEEE Transactions on Power Electronics*, volume 13, September 1998.
- [3] Bimal K. Bose. *Modern Power Electronics and AC Drives*. Prentice Hall, 2002.
- [4] Isao Takahashi and Toshihiko Noguchi. Quick torque response control of an induction motor based on a new concept. In *IEEJ Technical Meeting on Rotating Machine RM84-76*, pages 61–70, September 1984.
- [5] Isao Takahashi and Toshihiko Noguchi. A new quick response and high-efficiency control strategy of an induction motor. In *IEEE Transactions on Industry Applications*, volume IA-22, pages 820–827, September/October 1986.
- [6] Manfred Depenbrock. Direct self-control of the flux and rotary moment of a rotary field machine, July 1987.
- [7] Manfred Depenbrock. Direct self-control (dsc) of inverter-fed induction machine. In *IEEE Transactions on Power Electronics*, volume 3, October 1988.
- [8] F. Profumo, A. Tani, Giuseppe Buja, Domenico Casadei, and Giovanni Serra. Foc and dtc: two viable schemes for induction motors torque control. In *IEEE Transactions on Power Electronics*, volume 17, pages 779–787, September 2002.
- [9] Carlos A. Martins and Adriano S. Carvalho. Technological trends in induction motor electrical drives. In *2001 IEEE Porto Power Tech Conference*, September 2001.
- [10] Anshuman Tripathi, R. Anbarasu, and R. Somakumar. Control of ac motor drives: Performance evaluation of industrial state of art and new technique. In *IEEE International Conference on Industrial Technology*, 2006.
- [11] *Cooperação Internacional em Tecnologia Energética*. IEA, 2007.
- [12] *Key World Energy Statistics*. International Energy Agency, 2009.
- [13] *EMSA Fact Sheet*. IEA 4E Electric Motor Systems Annex, 2009.
- [14] Conrad U. Brunner. Motor systems. In *Motor Summit*, November 2008.
- [15] Chee-Mun Ong. *Dynamic Simulation Of Electric Machinery*. Prentice Hall, 1998.
- [16] Peter Vas. *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Oxford University Press, 1998.

- [17] Syed A. Nasar. *Handbook Of Electric Machines*. McGraw Hill, 1987.
- [18] Isaac Newton. *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica (English translation)*. 3rd edition, 1729. Translated by Andrew Motte.
- [19] Andrzej M. Trzynadlowski. *Control Of Induction Motors*. Academic Press, 2001.
- [20] Muhammad H. Rashid. *Power Electronics - Circuits, Devices, and Applications*. Prentice Hall, 2nd edition, 1993.
- [21] João C. P. Palma. *Accionamentos Electromecânicos de Velocidade Variável*. Fundação Calouste Gulbenkian, 2nd edition, 2008.
- [22] Giuseppe Buja, Domenico Casadei, and Giovanni Serra. Direct torque control of induction motor drives. In *ISIE'97 - Guimarães, Portugal*, 1997.
- [23] Domenico Casadei, Giovanni Serra, and Angelo Tani. Improvement of direct torque control performance by using a discrete svm technique. In *29th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, 1998.
- [24] Giuseppe Buja, Domenico Casadei, and Giovanni Serra. Dtc-based strategies for induction motor drives. In *23rd International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation*, 1997.
- [25] Thomas G. Habetler, Francesco Profumo, Michele Pastorelli, and Leon M. Tolbert. Direct torque control of induction machines using space vector modulation. In *IEEE Transactions on Industry Applications*, volume 28, September/October 1992.
- [26] Cristian Lascu, Ion Boldea, and Frede Blaabjerg. A modified direct torque control for induction motor sensorless drive. In *IEEE Transactions on Industry Applications*, volume 36, January/February 2000.
- [27] Amuliu Bogdan Proca, Ali Keyhani, and John M. Miller. Sensorless sliding-mode control of induction motors using operating condition dependent models. In *IEEE Transactions on Energy Conversion*, volume 18, 2003.
- [28] Bimal K. Bose and Nitin R. Patel. Quasi-fuzzy estimation of stator resistance of induction motor. In *IEEE Transactions on Power Electronics*, volume 13, 1998.
- [29] Joachim Holtz. *Methods for Speed Sensorless Control of AC Drives*. IEEE Press Book, 1996.
- [30] ABB. *Technical Guide No. 1 - DTC, ABB*.
- [31] *IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*. IEEE, 2004.
- [32] Peter Vas. *Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines*. Oxford University Press, 1993.